Resonance®
Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS
DPP
DAILY PRACTICE PROBLEMS
NO. A1

DPP No. # A1

1. (A) **2.** (A) **3.** (D) **4.** (ABC) **5.** (D) **6.** (A) **7.** (AB)
8. (ABD) **9.** **(i)** {1, 2, ... , 7, 8, 9} **(ii)** {1, 3, 5} **(iii)** {A, L, Y}
(iv) {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24} **10.** **(i)** P = {x : x = 2} **(ii)** Q = {x : x = n^2, $n \le 4$ $n \in N$}
(iii) T = {x : x $\in$ English vowels अंग्रेजी स्वर} **(iv)** V = {x : x = 3λ, $\lambda \in W$, $\lambda \le 3$}

DPP No. # A1 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 31 **Max. Time : 30 min.**

Comprehension ('–1' negative marking) Q.1 to Q.7	**(3 marks 3 min.)**	**[21, 21]**
Multiple choice Objective Questions ('–1' negative marking) Q.8	**(4 marks 3 min.)**	**[04, 03]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.9 to Q.10	**(3 marks 3 min.)**	**[06, 06]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Information about number system (Q. No. 1 to 7)

Counting numbers have fascinated human mind from time immemorial. The first set he seems to have pondered about is the set of natural numbers, N. Various subsets of this set were defined. Note worthy among them are

Prime Number :- If a natural number has exactly two divisors it is called a prime number. Yet another way to define it is as a natural number, other than 1, which is divisible by 1 & it self only.
Simple examples are 2, 3, 5, 7, ...
{2, 3} in the only set of consecutive primes.

Composite numbers :- A natural number having more than 2 divisors is called a composite number.
Simple examples are 4, 6, 8, 9, 10, ...
Note that 1 is neither prime nor composite.

Coprime or relatively prime numbers :- A pair of natural numbers is called a set of coprime numbers if their highest common factor (HCF) or greatest common divisor (g.c.d.) is 1.
For example 8 & 5 are co-prime
Note that these two numbers need not be prime.
More over 1 is coprime with every natural numbers.
A prime number is coprime with all natural numbers which are not it's multiple.

Twin Prime :- A pair of primes is called twin primes if their non-negative difference is '2'
For example {3, 5}, {5, 7}, {11, 13},.....

The natural numbers were not sufficient to deal with various equations that mathematicians encountered so some new sets of numbers were defined

Whole Numbers (W) = {0, 1, 2, 3, 4, ...}

Integers (Z or I) = {....., –3, –2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

Even Integers :- Integers divisible by 2, they are expressed as 2n, $n \in Z$.

Odd Integers :- Integers not divisible by 2, they are expressed as 2n + 1 or 2n – 1, $n \in Z$.

Based on above definitions solve the following problems

संख्या निकाय से सम्बधित जानकारी **(प्र० सं० 1 से 7)**

गिनती की जा सकने वाली संख्याएं, अति प्राचीन काल से मनुष्य का मन मोहित करती आ रही है। इनके बारे में प्रथम समुच्चय को प्राकृत संख्या N से निर्धारित किया गया है। इस समुच्चय के विभिन्न उपसमुच्चय परिभाषित किए गए है। उनमें से कुछ इस प्रकार है।

अभाज्य संख्या :- यदि प्राकृत संख्या के ठीक दो भाजक है तो यह अभाज्य संख्या कहलाती है। इसे दुसरे प्रकार से परिभाषित किया जाये तो यह 1 को छोडकर ऐसी प्राकृत संख्या है जो केवल 1 और स्वयं से विभाजित है।
उदाहरण 2, 3, 5, 7, ...
{2, 3} एक क्रमागत अभाज्य संख्याएं का केवल एक समुच्च्य संभव है।

संयुक्त संख्याए : - प्राकृत संख्या जिसके 2 से अधिक भाजक है, संयुक्त संख्या कहलाती है।
उदाहरण 4, 6, 8, 9, 10, ...
नोट : 1 न तो अभाज्य संख्या है न ही संयुक्त

सहअभाज्य संख्याएं :- प्राकृत संख्याओं के युग्म को, सहअभाज्य संख्याओं का समुच्चय कहा जाता है यदि उनका महत्तम उभयनिष्ठ भाजक (म.स.प.) 1 हो।
उदाहरण के लिए 8 और 5 सहअभाज्य है।
इन दोनों संख्याओं का अभाज्य होना आवश्यक नही है।
यहाँ तक की 1, सभी प्राकृत संख्याओं के साथ सहअभाज्य है।
एक अभाज्य संख्या, सभी प्राकृत संख्याओं के साथ सहअभाज्य संख्या है जो इसका गुणज नहीं है।

युगल अभाज्य :- अभाज्य संख्याओं के एक युग्म को युगल अभाज्य कहा जाता है यदि उनका अन्तर '2' है।
उदाहरण {3, 5}, {5, 7}, {11, 13},.....

गणितज्ञों को विभिन्न समीकरणें हल करने के लिए प्राकृत संख्याऐं पर्याप्त नहीं थी। अतः संख्याओं के कुछ नये समुच्चय परिभाषित किये गये।

पूर्ण संख्याएं (W) = {0, 1, 2, 3, 4, ...}

पूर्णांक (Z या I) = {....., –3, –2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

समपूर्णांक :- 2 से विभाजित होने वाले पूर्णांक है इनको $2n, n \in Z$ से व्यक्त करते है।

विषम पूर्णांक :- 2 से विभाजित नही होने वाले पूर्णांक है, इनको, $2n + 1$ या $2n – 1, n \in Z$ से व्यक्त करते है।
परिभाषाओं के आधार पर निम्न समस्याओं को हल कीजिए

1. Number of prime numbers less than 10 is p and number of composite numbers less than 15 is q then p + q is equal to
10 से छोटी अभाज्य संख्याओं की संख्या p है तथा 15 से छोटी संयुक्त संख्याओं की संख्या q है तो p + q का मान है–
(A) 11 (B) 9 (C) 7 (D) 15

Sol. Prime No. {2, 3, 5, 7}
Composite number संयुक्त संख्या < 15 = {4, 6, 8, 9, 10, 12, 14}

2. Let p & q be the number of natural numbers which are less than or equal 20 and are prime & composite respectively, then 20 – p – q is equal to
यदि 20 से छोटी या बराबर प्राकृत संख्याओं की संख्या जो कि अभाज्य और संयुक्त संख्याएं क्रमशः p और q है तब 20 – p – q का मान है–
(A) 1 (B) 0 (C) 2 (D) 3

Sol. Except 1 every natural number is either prime or composite.

3. Difference of squares of two odd integers is always divisible by
दो विषम पूर्णांकों के वर्गो का अन्तर सदैव किससे विभाजित है–
(A) 3 (B) 5 (C) 16 (D) 8

Sol. Difference = $(2m + 1)^2 – (2n + 1)^2$

$= (2m + 2n + 2)(2m + 1 - 2n - 1)$
$= 2 \times 2\ \underset{\text{even}}{(m - n)}\ \underset{\text{odd}}{(m + n + 1)}$
$\Rightarrow$ divisible by 8.

4. Identify the correct statement
(A) If a, b, c are odd integers a + b + c cannot be zero
(B) If a, b, c are odd integers $a^2 + b^2 - c^2 \neq 0$
(C) If $a^2 + b^2 = c^2$, then at least one of a, b, c is even, given that a, b, c are integers
(D) If $a^2 + b^2 = c^2$ where a, b, c are integers then c > a + b
सही कथन को पहचानिये
(A) यदि a, b, c विषम पूर्णांक है a + b + c शून्य नहीं हो सकते है।
(B) यदि a, b, c विषम पूर्णांक है $a^2 + b^2 - c^2 \neq 0$
(C) यदि $a^2 + b^2 = c^2$ हो तो a, b, c में से कम से कम एक सम है जबकि दिया गया है a, b, c पूर्णांक है।
(D) यदि $a^2 + b^2 = c^2$ जहाँ a, b, c पूर्णांक है तो c > a + b

Sol. Obvious

5. If $m^2 - n^2 = 7$, where $m, n \in Z$, then number of ordered pairs (m, n) is
[Hint : $(m + n)(m - n) = 7 \times 1 = (-7) \times (-1)$**]**
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

यदि $m^2 - n^2 = 7$, जहाँ $m, n \in Z$, तब क्रमित युग्मों (m, n) की संख्या है–
[Hint : $(m + n)(m - n) = 7 \times 1 = (-7) \times (-1)$**]**
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. $(m + n)(m - n) = 7 \times 1 = (-7) \times (-1)$

$m + n = 7$	or	$m + n = 1$			
$m - n = 1$	or	$m - n = 7$	$\Rightarrow$	$m = 4, n = 3$	$m = 4, n = +3$
$m + n = -7$	or	$m + n = -1$			
$m - n = -1$	or	$m - n = -7$	$\Rightarrow$	$m = -4, n = -3$	$m = -4, n = +3$

6. Number of ordered pairs of integers (n, m) for which $n^2 - m^2 = 14$ is
पूर्णांकों के क्रमित युग्मों (n, m) की संख्या होगी जबकि $n^2 - m^2 = 14$
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

Sol. $(n + m)(n - m) = 7.2$ or $(-7) \times (-2)$
$= 14.1$ or $(-14) \times (-1)$
On solving हल करने परे
We do not get any integer value of n & m. n और m के कोई पूर्णांक मान प्राप्त नही होते है।

7. If $n^2 + 2n - 8$ is a prime number where $n \in N$, then n is
(A) also a prime number (B) relatively prime to 10
(C) relatively prime to 6 (D) a composite number
यदि $n^2 + 2n - 8$ अभाज्य संख्या है जहाँ $n \in N$, तब n
(A) भी अभाज्य संख्या है। (B) 10 के साथ सहअभाज्य है।
(C) 6 के साथ सहअभाज्य है। (D) संयुक्त संख्या है।

Sol. $n^2 + 2n - 8 = p \Rightarrow (n + 1) = p + 9$ $\therefore$ $n \in N$ so p + 9 is a perfect square
So p can only be 7 $\Rightarrow$ n = 3

8. Which of the following collections are sets?
(A) Collection of all natural numbers lying between 21 and 210.
(B) Collection of all rational numbers which lie between $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{2}$.
(C) Collection of handsome boys in class XI of a given school.
(D) Collection of all rectangles in a given plane.

निम्न में से कौनसे संग्रह एक समुच्चय है ?

(A) 21 तथा 210 के मध्य स्थित सभी प्राकृत संख्याओं का संग्रह।

(B) $\frac{1}{3}$ तथा $\frac{1}{2}$ के मध्य स्थित सभी परिमेय संख्याओं का संग्रह।

(C) एक दिये गये विद्यालय की कक्षा ग्यारवीं के सभी सुन्दर लड़कों का संग्रह।

(D) एक दिये गये समतल मे सभी आयतों का संग्रह।

Sol. **(A)** This collection is well defined. Given any object (number or a non-number), we can decide logically whether or not the object is to be put in the collection. So the given collection is a set.

(B) This collection also a well defined collection. Given an object, it is possible to declare with logic whether or not the object is to be included in the collection. So the given collection is a set.

(C) This collection is not well defined. It is not possible logically to decide which boy is handsome and which boy is not handsome. So the given collection is not a set.

(D) This collection is a set as it its a well defined collection.

Hindi. **(A)** यह एक सुपरिभाषित संग्रह है इसलिए दिया गया संग्रह समुच्चय है।
(B) यह एक सुपरिभाषित संग्रह है इसलिए दिया गया संग्रह समुच्चय है।
(C) यह एक सुपरिभाषित संग्रह नहीं है। यह सुनिश्चित करना संभव नहीं है कि कौनसा लड़का सुन्दर है कौनसा नहीं अतः यह एक समुच्चय नही है।
(D) यह एक सुपरिभाषित संग्रह है इसलिए दिया गया संग्रह समुच्चय है।

9. Write the following sets in the tabular form :
(i) B = {x : x is a natural number < 10}
(ii) C = {x : x is an odd positive integer and $x^2 < 30$}
(iii) D = {x : x is a letter of the English alphabet in the word 'LALLY'}
(iv) E = {x : x is a natural number that divides 24}.
निम्न समुच्चयों को सारणी के रूप में लिखिए–
(i) B = {x : x, 10 से कम प्राकृत संख्या है}
(ii) C = {x : x एक विषम धनात्मक पूर्णांक है तथा $x^2 < 30$ है}
(iii) D = {x : x शब्द 'LALLY' का एक अंग्रेजी अक्षर है}
(iv) E = {x : x एक प्राकृत संख्या है जो 24 से विभाजित होती है}

Ans. **(i)** {1, 2, ... , 7, 8, 9} **(ii)** {1, 3, 5}
(iii) {A, L, Y} **(iv)** {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

Sol. A = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}
B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
C = {1, 3, 5}
D = {A, L, Y}
E = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

10. Write the following sets in the set builder form :
निम्न समुच्चयों को समुच्चय निर्माण विधि (set builder form) में लिखिए–
(i) P = {2} **(ii)** Q = {1, 4, 9, 16}
(iii) T = {A, E, I, O, U}
(iv) V = {0, 3, 6, 9}

Ans. **(i)** P = {x : x = 2} **(ii)** Q = {x : $x = n^2$, $n \le 4$ $n \in N$}
(iii) T = {x : x $\in$ English vowels अंग्रेजी स्वर}
(iv) V = {x : x = 3λ, $\lambda \in W$, $\lambda \le 3$}

Sol. **Obvious**

Resonance®
Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS
DPP
DAILY PRACTICE PROBLEMS
NO. A2 TO A3

DPP No. # A2

1.	(C)	**2.**	(D)	**3.**	(C)	**4.**	(ABD)	**5.**	(ABCD)	**6.**	(D)	**7.**	(B)
8.	9	**9.**	**(i)**	Finite	**(ii)**	Finite	**(iii)**	Infinite	**(iv)**	Infinite			
(i)	परिमित	**(ii)**	परिमित	**(iii)**	अपरिमित	**(iv)**	अपरिमित						
10.	**(i)**	A = B	**(ii)**	A ≠ B	**(iii)**	A = B	**(iv)**	A ≠ B					

DPP No. # A3

1.	(C)	**2.**	(A)	**3.**	(B)	**4.**	(C)	**5.**	0	**6.**	$2\sqrt{3}$, 10, $18\sqrt{3}$, 98
7.	(A)	**8.**	**3**	**9.**	**(i), (iii), (iv), (v)**						
10.	**(i)**	False	**(ii)**	True	**(iii)**	False	**(iv)**	True	**(v)**	False	
	(i)	असत्य	**(ii)**	सत्य	**(iii)**	असत्य	**(iv)**	सत्य	**(v)**	असत्य	

DPP No. # A2 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 30 **Max. Time : 30 min.**
Comprehension ('–1' negative marking) Q.1 to Q.7 **(3 marks 3 min.)** **[21, 21]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.8 to Q.10 **(3 marks 3 min.)** **[09, 09]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Information about number system (Q. No. 1 to 7)

The number system consisting of integers and its subsets lead to substantial insight in mathematical churning, yet several hurdles were encountered in dealing with plethora of other mathematical equations especially those of polynomial equations. Hence a need was felt to extend the known set of numbers. This paved way for defining rational numbers, irrational numbers and real numbers.

Rational Numbers (Q) :- Numbers which can be expressed in the form $\frac{p}{q}$, $p,q \in I$, $q \neq 0$. Terminating and recurring decimals are also rational numbers.
Note that all integers are also rational numbers

Ex :- $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{11}{3}, 0.\overline{123}, 3.1\overline{25}$....

Irrational Numbers :- Real numbers which cannot be expressed in the form $\frac{p}{q}$, $p,q \in I$, $q \neq 0$ are called irrational numbers. Non-terminating and non-recurring decimals are irrational numbers.

Ex :- $\sqrt{2}$ $\sqrt[3]{3}$, π, e.

value of π is generally approximated by $\frac{22}{7}$, 3.14, $\frac{355}{113}$.

value of e is generally approximated by 2.71828

Note that $\pi \neq \frac{22}{7}$, $\pi \neq 3.14$, $\pi \neq \frac{355}{113}$, $e \neq 2.71828$

Infact $3.14 < \pi < \frac{22}{7}$.

It is noteworthy that irrational numbers are not defined as what they are instead they are defined as what they are not. Hence if a number is to be proved as an irrational number there is no direct way. We generally assume it to be a rational number which upon further calculation leads to a contradiction, thus establishing the fact that it is an irrational number.

Set of Real numbers (R) is set consisting of rational and irrational numbers.

Given below are some trivial methods of dealing with problems involving rational and irrational numbers.

Note -1 : If a, b, c, d $\in$ Q and λ is an irrational number such that $a + b\lambda = c + d\lambda \Rightarrow a = c$ & $b = d$
In other words we compare rational & irrational terms on both the sides, for example

(i) If b, c $\in$ Q $\quad 2 + b\sqrt{5} = c + 7\sqrt{5} \Rightarrow c = 2$ and $b = 7$

(ii) If a, b $\in$ Q such that $\frac{3+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$, then

$$\text{LHS} = \frac{3+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}.\frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{4-\sqrt{2}}{4-2} = \frac{4-\sqrt{2}}{2} = a + b\sqrt{2} \quad \text{(RHS)} \Rightarrow a = 2 \text{ and } b = -\frac{1}{2}$$

Note-2 : If x is a recurring decimal then it is a rational number and we can always express it as $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$, $p,q, \in I$, for example.

(i) $x = 0.\overline{12} \Rightarrow 100x = 12.\overline{12}$

subtracting we get $99x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

(ii) $x = 0.2\overline{7} \Rightarrow 10x = 2.\overline{7} \Rightarrow 100x = 27.\overline{7}$

subtracting we get $90x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$

(iii) $x = 2.1\overline{23} \Rightarrow 10x = 21.\overline{23} \Rightarrow 1000x = 2123.\overline{23}$

subtracting we get $990x = 2102 \Rightarrow x = \frac{2102}{990} = \frac{1051}{445}$

संख्या निकाय से सम्बधित जानकारी **(प्र० सं० 1 से 7)**

पूर्णांकों एवं इसके उपसमुच्चयों से मिलकर बनी संख्या प्रणाली गणितीय मंथन में पर्याप्त अन्तर्दृष्टि है। फिर भी अन्य गणितीय समीकरणों विशेष रूप से बहुपदीय समीकरणों को हल करनें में बाधाओं का सामना करना पडा था।
इसलिए संख्याओं के समुच्चय का विस्तार करने की आवश्यकता पड़ी। परिमेय संख्याओं, अपरिमेय संख्याओं और वास्तविक संख्याओं को परिभाषित करने के लिए यह मार्ग प्रशस्त किया।

<u>परिमेय संख्याएं (Q)</u> :- संख्याएं जिन्हे $\frac{p}{q}$, $p,q \in I$, $q \neq 0$ के रूप में व्यक्त कर सकते है। शांत पुनरावृति दशमलव संख्याएं भी परिमेय संख्याएं है।

नोट : सभी पूर्णांक परिमेय संख्याएं भी है।

उदाहरण :- $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{11}{3}, 0.\overline{123}, 3.1\overline{25}$....

<u>अपरिमेय संख्याएं</u> :- वास्तविक संख्याएं जिनको $\frac{p}{q}$, $p,q \in I$, $q \neq 0$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है, अपरिमेय संख्या कहलाती है। अशांत और अनावृत्ति दशमलव संख्याएं भी अपरिमेय संख्याए होती है।

उदाहरण:- $\sqrt{2}$ $\sqrt[3]{3}$, π, e.

π का मान सामान्यता $\frac{22}{7}$, 3.14, $\frac{355}{113}$ के बराबर है।

e का मान लगभग 2.71828 है।

नोट : $\pi \neq \frac{22}{7}$, $\pi \neq 3.14$, $\pi \neq \frac{355}{113}$, $e \neq 2.71828$

वास्तव में $3.14 < \pi < \frac{22}{7}$.

यह ध्यान देने योग्य बात है कि अपरिमेय संख्याओं को परिभाषित नहीं किया जाता है। क्योकि उनके परिभाषित करने के बजाय यह पता करे कि वे क्या नहीं है। अतः यदि संख्या को अपरिमेय संख्या सिद्ध करना है तो इसका कोई सीधा तरीका नहीं है। हम यह मान कर चलते है कि यह एक परिमेय संख्या है जो गणना के बाद विरोधाभास होता है। इस प्रकार हम कहते है कि यह एक अपरिमेय संख्या है।

वास्तविक संख्याओं का समुच्चय (R), परिमेय और अपरिमेय संख्याओं के समुच्चय को रखता है।

परिमेय और अपरिमय संख्याओं से सम्बन्धित प्रश्नों को नीचे दी गई तार्किक विधि से हल करते है।

नोट -1 : यदि $a, b, c, d \in Q$ और λ एक अपरिमेय संख्या है इस प्रकार है कि $a + b\lambda = c + d\lambda$

$\Rightarrow$ $a = c$ और $b = d$

दूसरे शब्दों में दोनो तरफ परिमेय और अपरिमेय संख्याओं की तुलना करते है।

उदाहरण के लिए

(i) यदि $b, c \in Q$ $2 + b\sqrt{5} = c + 7\sqrt{5}$ $\Rightarrow$ $c = 2$ और $b = 7$

(ii) यदि $a, b \in Q$ इसप्रकार $\frac{3+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$ तब

$$\text{LHS} = \frac{3+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{4-\sqrt{2}}{4-2} = \frac{4-\sqrt{2}}{2} = a + b\sqrt{2} \quad \text{(RHS)} \Rightarrow a = 2 \text{ और } b = -\frac{1}{2}$$

नोट -2 : यदि x एक पुनरावृत्ति दशमलव संख्या है तब यह एक परिमेय संख्या है तथा हम इसे $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$, $p,q, \in I$ के रूप में व्यक्त कर सकते है।

(i) $x = 0.\overline{12}$ $\Rightarrow$ $100x = 12.\overline{12}$

$99x = 12$ को घटाने पर $\Rightarrow$ $x = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

(ii) $x = 0.2\overline{7}$ $\Rightarrow$ $10x = 2.\overline{7}$ $\Rightarrow$ $100x = 27.\overline{7}$

$90x = 25$ को घटाने पर $\Rightarrow$ $x = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$

(iii) $x = 2.1\overline{23}$ $\Rightarrow$ $10x = 21.\overline{23}$ $\Rightarrow$ $1000x = 2123.\overline{23}$

$990x = 2102$ को घटाने पर $\Rightarrow$ $x = \frac{2102}{990} = \frac{1051}{445}$

निम्न का उत्तर दीजिए:

1. Which of the following number is irrational

निम्न में से कौनसी संख्याएं अपरिमेय है–

(A) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ (B) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ (C) $\frac{7\pi}{22}$ (D) $\frac{22}{7}$

2. If p, q $\in$ N and $0.1\overline{2} = \frac{p}{q}$ where p and q are relatively prime then identify which of the following is incorrect

(A) p is a prime number
(B) q – p is a prime number
(C) q + p is a prime number
(D) q is a prime number

यदि p, q $\in$ N और $0.1\overline{2} = \frac{p}{q}$ जहाँ p और q सहअभाज्य है तब निम्न में से गलत कथन को पहचानिये–

(A) p अभाज्य संख्या है।
(B) q – p अभाज्य संख्या है।
(C) q + p अभाज्य संख्या है।
(D) q अभाज्य संख्या है।

Sol.1-2

$x = 0.1\overline{2}$

$10x = 1.\overline{2}$ .....(1)

$100x = 12.\overline{2}$ .....(2)

(2) – (1)

$90x = 11$

$X = \frac{11}{90}$

P = 11, q = 90

3. Consider the following statements

(i) The sum of a rational number with an irrational number is always irrational.
(ii) The product of two rational numbers is always rational.
(iii) The product of two irrationals is always irrationals.
(iv) The sum of two rational is always rational.
(v) The sum of two irrationals is always irrational.

The correct order of True/False of above statements is :

निम्न कथन पर विचार कीजिए –

(i) एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का योगफल सदैव अपरिमेय होता है।
(ii) दो परिमेय संख्याओं का गुणन सदैव परिमेय होता है।
(iii) दो अपरिमेय संख्याओं का गुणन सदैव अपरिमेय होता है।
(iv) दो परिमेय संख्याओं का योगफल सदैव परिमेय होता है।
(v) दो अपरिमेय संख्याओं का योगफल सदैव अपरिमेय होता है।

उपरोक्त कथनों के लिए सत्य /असत्य (T/F) का सही क्रम है–

(A) T F T F F
(B) F F T T T
(C) T T F T F
(D) T T F F T

Sol.
(i) Rational + Irrational = Irrational
(ii) (Rational) (Rational) = rational
(iii) (Irrational) (Irrational) = rational / Irrational
(iv) Rational + Rational = Rational
(v) Irrational + Irrational = Rational / Irrational

4. Let a, b$\in$Q such that $\frac{39\sqrt{2}-5}{3-\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$, then

(A) $\sqrt{\frac{b}{a}}$ is a rational number
(B) b and a are coprime rational numbers
(C) b – a is a composite number
(D) $\sqrt{a+b}$ is a rational number

माना a, b$\in$Q इसप्रकार है कि $\frac{39\sqrt{2}-5}{3-\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$, तब

(A) $\sqrt{\frac{b}{a}}$ परिमेय संख्या है।
(B) b और a सहअभाज्य परिमेय संख्याएं है।
(C) b – a संयुक्त संख्या है।
(D) $\sqrt{a+b}$ परिमेय संख्या है।

Sol. $\frac{39\sqrt{2}-5}{3-\sqrt{2}} \times \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} = 9 + b\sqrt{2} \Rightarrow \frac{112\sqrt{2}+63}{7} = a + b\sqrt{2}$

$16\sqrt{2}+9 = a+b\sqrt{2} \Rightarrow A = 9, b = 16$

5. Identify the correct statement

(A) If $\sqrt{x} \in Q \Rightarrow x \in Q$ (B) If $x^2 \in Q$ and $x^7 \in Q \Rightarrow x \in Q$

(C) If $x^3 \in Q$ and $x^7 \in Q \Rightarrow x \in Q$ (D) If $x^4 \in Q$ and $x^{11} \in Q \Rightarrow x \in Q$

सही कथन को पहचानिये–

(A) यदि $\sqrt{x} \in Q \Rightarrow x \in Q$ (B) यदि $x^2 \in Q$ और $x^7 \in Q \Rightarrow x \in Q$

(C) यदि $x^3 \in Q$ और $x^7 \in Q \Rightarrow x \in Q$ (D) यदि $x^4 \in Q$ और $x^{11} \in Q \Rightarrow x \in Q$

Sol. **(A)** $\sqrt{x} = Q, \Rightarrow x = Q_1^2$

Also rational number परिमेय संख्या भी

(B) $x^2 = Q_1 \Rightarrow x^6 = Q_1^3$

$x^7 = Q_2$

$x^7/x^6 = \frac{Q_2}{Q_1^3}$ (rational number परिमेय संख्या) similar इसी प्रकार (D)

(C) $x^3 = Q_1 \Rightarrow x^6 = Q_1^2$ (rational numberपरिमेय संख्या)

$x^7 = Q_2$ $\frac{x^7}{x^6} = \frac{Q_1}{Q_1^2}$

$x^7 = \frac{Q_1}{Q_1^2}$ (rational numberपरिमेय संख्या)

6. The equation $7x^2 - (7\pi + 22)x + 22\pi = 0$ has

(A) equal roots (B) a root which is negative

(C) rational roots only (D) a rational root and an irrational root.

समीकरण $7x^2 - (7\pi + 22)x + 22\pi = 0$ रखता है–

(A) बराबर मूल। (B) एक मूल जो ऋणात्मक है।

(C) केवल परिमेय मूल। (D) एक परिमेय मूल और एक अपरिमेय मूल।

Sol. $x = \frac{(7\pi+22) \pm \sqrt{(7\pi+22)^2 - 4(22\pi).7}}{14} = \frac{(7\pi+22) \pm (7\pi-22)}{14}$

$A = \pi, \beta = \frac{44}{14} = \frac{22}{7}$ $\rightarrow$ rational root परिमेय मूल

irrational अपरिमेय मूल

7. There are four prime numbers written in ascending order. The product of the first three is 385 and that of the last three is 1001. The last number is :

चार अभाज्य संख्या संख्याऐं बढते क्रम में लिखी गई है। प्रथम तीन संख्याओं का गुणनफल 385 है और अंतिम तीन का गुणनफल 1001 है तब अंतिम संख्या है–

(A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 19

Sol. Let the given prime numbers be a, b, c, d. Then, abc = 385 and bcd = 1001.

$\therefore \frac{abc}{bcd} = \frac{385}{1001} \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{5}{13}$ So, a = 5, d = 13.

8. Find the sum $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + ...$ upto 99 terms.

$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + ...$ 99 पदों तक का योगफल ज्ञात कीजिए।

Ans. 9

Sol. $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + ... + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$

Rationalize each term

$\left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) + ... + \left(\sqrt{100}-\sqrt{99}\right) \Rightarrow 10 - 1 = 9$

9. State, which of the following sets are finite and which infinite :

(i) {x : x is a positive integral root of $x^2 - 2x - 15 = 0$}
(ii) {x : x is a human being in the world}
(iii) {x : x is a multiple of 3}
(iv) {x : x is a real number between 1 and 2}.

निम्न में से कौनसे समुच्चय परिमित हैं और कौनसे अपरिमित है–

(i) {x : x, $x^2 - 2x - 15 = 0$ का धनात्मक पूर्णांक मूल है}
(ii) {x : x विश्व मे एक प्राणी है}
(iii) {x : x, 3 का गुणज है}
(iv) {x : x एक वास्तविक संख्या है जो 1 और 2 के मध्य है}

Ans. **(i)** Finite **(ii)** Finite **(iii)** Infinite **(iv)** Infinite
Ans. **(i)** परिमित **(ii)** परिमित **(iii)** अपरिमित **(iv)** अपरिमित
Sol. **Obvious**

10. In each of the following cases, state whether A = B or A ≠ B.

(i) A = {a, b, c, d, e}, B = {x : x is first five letters of English alphabet}
(ii) A = {0}, B = {x : x is a natural number less than 1}
(iii) A = {1, 5, 25, 125}, B = {x : x is a positive divisor of 125}
(iv) A = {x : x is a multiple of 10}, B = {10, 15, 20, 25, 30, ...}

निम्न मे प्रत्येक स्थिति में बताइये कि A = B या A ≠ B है–

(i) A = {a, b, c, d, e}, B = {x : x अंग्रेजी वर्णमाला के प्रथम पाँच अक्षर है}
(ii) A = {0}, B = {x : x एक से छोटी प्राकृत संख्या है}
(iii) A = {1, 5, 25, 125}, B = {x : x, 125 का धनात्मक भाजक है}
(iv) A = {x, 10 का गुणज है}, B = {10, 15, 20, 25, 30, ...}

Ans. **(i)** A = B **(ii)** A ≠ B **(iii)** A = B **(iv)** A ≠ B
Sol. **Obvious**

DPP No. # A3 (JEE–MAIN)

Total Marks : 30		**Max. Time : 30 min.**
Comprehension ('–1' negative marking) Q.1 to Q.7	**(3 marks, 3 min.)**	**[21, 21]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q. 8 to Q.10	**(3 marks, 3 min.)**	**[09, 09]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Information about basic identities (Q. No. 1 to 7)
आाधारभूत सर्वसमिकाओं से सम्बन्धित जानकारी # (Q. No. 1 to 7)

If a statement is true for all the values of the variable, such statements are called as identities. some basic identities are **:**

यदि एक कथन चर के सभी मानों के लिये सत्य है तब यह कथन सर्वसमिका कहा जाता है। कुछ आाधारभूत सर्वसमिकाऐं है।

(i) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a - b)^2 + 4ab$
(ii) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
(iii) $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
(iv) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$
(v) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = a^2 + b^2 + c^2 + 2abc\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$
(vi) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
$= \frac{1}{2}(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$
If यदि $a + b + c = 0$, then तब $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

1. If $x + \frac{1}{x} = 2$, then $x^2 + \frac{1}{x^2}$ is equal to
यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ हो, तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान है –
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Sol. $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

2. If यदि $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 = 3$, then तब $a^3 + \frac{1}{a^3}$ equals बराबर:
(A) 0 (B) $3\sqrt{3}$ (C) $7\sqrt{7}$ (D) $6\sqrt{3}$

Sol. $a + \frac{1}{a} = \pm\sqrt{3}$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a+\frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a+\frac{1}{a}\right) = 3\sqrt{3} \pm 3\sqrt{3} = 0.$$

3. If $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ and $abc = 3$ then $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ is equal to
यदि $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ और $abc = 3$ तब $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ का मान है–
(A) 0 (B) 1/2 (C) 1 (D) 2

Sol. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2abc\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$
$\therefore\ 4 = 1 + 6\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \qquad \therefore \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) = \frac{1}{2}$

4. If $a + b + c = 3x$ then the value of $(x - a)^3 + (x - b)^3 + (x - c)^3 - 3(x - a)(x - b)(x - c) =$
यदि $a + b + c = 3x$ हो, तो $(x - a)^3 + (x - b)^3 + (x - c)^3 - 3(x - a)(x - b)(x - c) =$
(A) abc (B) 3abc (C) 0 (D) 2abc

Sol. If यदि $p + q + r = 0$ then तो $p^3 + q^3 + r^3 = 3pqr$

5. If $x^3 + y^3 + 1 = 3xy$, where $x \neq y$ determine the value of $x + y + 1$.
यदि $x^3 + y^3 + 1 = 3xy$ हो जहाँ $x \neq y$ तब $x + y + 1$ का मान ज्ञात कीजिए

Ans. 0

Sol. $x^2 + y^3 + 1^3 - 3(x)(y)(1) = 0$
$\Rightarrow (x + y + 1)(x^2 + y^2 - x - y + 1 - xy) = 0$
$x + y + 1 = 0$

6. If $x = \sqrt{3}+\sqrt{2}$, then find $x + \frac{1}{x}$, $x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x^4 + \frac{1}{x^4}$

यदि $x = \sqrt{3}+\sqrt{2}$, तब $x + \frac{1}{x}$, $x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ मान ज्ञात कीजिए।

Ans. $2\sqrt{3}$, 10, $18\sqrt{3}$, 98

Sol. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

Now solve हल करने पर

$x+\frac{1}{x} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 12 \Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2} + 2 = 12 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$

$X^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}-1\right) = 2\sqrt{3}(9) = 18\sqrt{3} \Rightarrow \left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2 = 100$

$x^4+\frac{1}{x^4}+2 = 100 \Rightarrow x^4+\frac{1}{x^4}+2 = 98$

7. The number of real roots of the equation, $(x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 = 0$ is :

समीकरण $(x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 = 0$ के वास्तविक मूलों की संख्या है –

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Sol. The sum of three non-negative numbers is zero only when they are all zero but $x-1$, $x-2$ & $x-3$ cannot be equal to zero simultaneously.

Hindi तीन अऋणात्मक संख्याओं का योग केवल तभी शून्य होगा जब ये तीनों ही अलग–अलग शून्य हो। लेकिन यहाँ $x-1$, $x-2$ एवं $x-3$ तीनों एक साथ शून्य नहीं हो सकते।

8. Find the number of positive integers x for which $f(x) = x^3 - 8x^2 + 20x - 13$, is a prime number.

धनात्मक पूर्णांक x के मानों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनके लिए $f(x) = x^3 - 8x^2 + 20x - 13$ एक अभाज्य संख्या है।

Ans. **3**

Sol. $x^3 - 8x^2 + 20x - 13 = (x-1)(x^2 - 7x + 13)$ is prime

so, either $x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$

or $x^2 - 7x + 13 = 1 \Rightarrow x = 3, 4$

$\therefore$ number of positive integers x = 3 i.e. {2, 3, 4}.

Hindi. $x^3 - 8x^2 + 20x - 13 = (x-1)(x^2 - 7x + 13)$ एक अभाज्य संख्या है।

अतः या तो $x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$

या $x^2 - 7x + 13 = 1 \Rightarrow x = 3, 4$ $\therefore$ x के धनात्मक पूर्णांक मानों की संख्या x = 3 i.e. {2, 3, 4}.

9. Which of the following sets are empty sets?

(i) $\{x : x^2 = 2$ and x is a rational number$\}$

(ii) {x : x is an integer neither positive nor negative}

(iii) {x : x is a boy student in a girls college}

(iv) $\{x : x < 5$ and also $x > 5\}$

(v) $\{x :$ x is a real number and $x^2 < 0\}$

निम्न में से कौनसे रिक्त समुच्चय है–

(i) $\{x : x^2 = 2$ तथा x एक परिमेय संख्या है$\}$

(ii) {x : x एक पूर्णांक है जो न तो धनात्मक है और न ही ऋणात्मक है}

(iii) {x : x एक कन्या महाविद्यालय मे एक लड़का है}

(iv) $\{x : x < 5$ तथा $x > 5$ भी$\}$

(v) $\{x :$ x एक वास्तविक संख्या है तथा $x^2 < 0\}$

Ans. **(i), (iii), (iv), (v)**

Sol. **Obvious**

10. Which of the following statements are true and which false?
निम्न में से कौनसे कथन सत्य है और कौनसे असत्य ?

(i) $0 \in \{\ \}$ **(ii)** $0 \in \{0\}$
(iii) $0 \in \{\{0\}\}$ **(iv)** $0 \in \{0, \{0\}\}$
(v) $\{0\} \in \{0\}$

Ans. **(i)** False **(ii)** True **(iii)** False **(iv)** True **(v)** False
Ans. **(i)** असत्य **(ii)** सत्य **(iii)** असत्य **(iv)** सत्य **(v)** असत्य
Sol. **Obvious**

Resonance® Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS
DPP
DAILY PRACTICE PROBLEMS
NO. A4 TO A5

DPP No. # A4

1. (A) **2.** (B) **3.** (B) **4.** (B) **5.** (C) **6.** (B) **7.** (B)
8. $2^3 = 8$ elements अवयव $\{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}, \{a, b, c\}\}$
9. **(i)** $\{5\}, \{5, 1\}, \{5, 2\}, \{5, 3\}, \{5, 1,2\}, \{5,1,3\}, \{5,2,3\}, \{1, 2, 3, 5\}$
(ii) $\{3\}, \{3, 1\}, \{3, 2\}, \{3,5\}, \{3,1,2\}, \{3,1,5\}, \{3,2,5\}, \{1, 2, 3, 5\}$
(iii) $\{3\}, \{3, 1\}, \{3, 2\}$ **(iv)** $\{1\}, \{2\}, \{1,2\}, \phi$
10. **(i)** T **(ii)** T **(iii)** T **(iv)** T **(v)** F **(vi)** T
(vii) F **(viii)** F **(ix)** T

DPP No. # A5

1. (D) **2.** (A) **3.** (A) **4.** (A) **5.** $x \in (-\infty, -3) \cup (2, 3)$
6. $x \in (-\infty, -1) \cup (2, 3) \cup (3, 4) \cup (4, 5)$ **7.** $x \in (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, \infty)$
8. $x \in (2, 3)$ **9.** (D) **10.** (ACD)

DPP No. # A4 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 30 **Max. Time : 30 min.**

Comprehension ('–1' negative marking) Q.1 to Q.5	**(3 marks, 3 min.)**	**[12, 12]**
Single choice Objective ('–1' negative marking) Q.5 to Q.7	**(3 marks, 3 min.)**	**[09, 09]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.8 to Q.10	**(3 marks, 3 min.)**	**[09, 09]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Comprehension (Q. No. 1 to 5)
अनुच्छेद # (Q. No. 1 to 5)

If a function f is defined by $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + ... + a_{n-1} x + a_n$ where n is a non negative integer and $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ are real numbers and $a_0 \neq 0$, then f is called a polynomial function of degree n. For polynomials we can define the following theorem

(i) **Remainder theorem :** Let p(x) be any polynomial of degree greater than or equal to one and 'a' be any real number. If p(x) is divided by (x – a), then the remainder is equal to p(a).

(ii) **Factor theorem :** Let p(x) be a polynomial of degree greater than or equal to 1 and 'a' be a real number such that p(a) = 0, then (x – a) is a factor of p(x). Conversely, if (x – a) is a factor of p(x), then p(a) = 0.
यदि एक फलन f इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + ... + a_{n-1} x + a_n$ जहां n एक अऋणात्मक पूर्णांक है तथा $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ वास्तविक संख्याएं तथा $a_0 \neq 0$, तब f , n का बहुपदीय फलन कहलाता है। बहुपदीय फलनों के लिये हम निम्न प्रमेय परिभाषित करते है।

शेषफल प्रमेय : माना कि P(x) कोई एक या एक से अधिक घात का बहुपद है और 'a' कोई वास्तविक संख्या है। यदि P(x) को (x – a),से विभाजित किया जाये तो शेषफल P(a) के बराबर होता है।

गुणनखण्ड प्रमेयः माना कि P(x) कोई एक या एक से अधिक घात का बहुपद है और 'a' कोई वास्तविक संख्या इस प्रकार है कि P(a) = 0, तो (x – a), P(x) का एक गुणनखण्ड होता है। विलोमतः यदि (x – a), P(x), का एक गुणनखण्ड है तो P(a) = 0 होगा।

1. The factor of the polynomial $x^3 + 3x^2 + 4x + 12$ is
बहुपद $x^3 + 3x^2 + 4x + 12$ का एक गुणनखण्ड है–
(A) x + 3 (B) x – 3 (C) x + 2 (D) x – 2

Sol. Let $p(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 12$ be the given polynomial. By factor theorem, (x – a) is a factor of a polynomial p(x) iff p(a) = 0. Therefore, in order to prove that x + 3 is a factor of p(x), it is sufficient to show that p(–3) = 0. Now,
$p(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 12$
$\Rightarrow$ $p(-3) = -27 + 27 - 12 + 12 = 0$
Hence, (x + 3) is a factor of $p(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 12$.

Hindi. माना दिया गया बहुपद $P(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 12$ है।
गुणनखण्ड प्रमेय से (x – a) बहुपद P(x) का एक गुणनखण्ड होगा यदि और केवल यदि
P(a) = 0 हो
इस प्रकार x + 3, P(x) का गुणनखण्ड सिद्ध करने के लिए यह प्रदर्शित करना प्रर्याप्त है कि P(–3) = 0.हो।
अब $P(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 12 \Rightarrow P(3) = -27 + 27 - 12 + 12 = 0$
अतः (x + 3), $P(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 12$ का एक गुणनखण्ड है।

2. The remainder when the polynomial $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 1$ is divided by x – 1 is
बहुपद $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 1$ को x – 1 से विभाजित करने पर शेषफल है–
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Sol. P(1) = 1 – 3 + 2 + 1 = 1

3. The polynomials $P(x) = kx^3 + 3x^2 - 3$ and $Q(x) = 2x^3 - 5x + k$, when divided by (x – 4) leave the same remainder. Then the value of k is
बहुपद $P(x) = kx^3 + 3x^2 - 3$ एवं $Q(x) = 2x^3 - 5x + k$ को जब (x – 4) से विभाजित किया जाता है तो समान शेषफल रह जाता है, तो k का मान है–
(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) –1

Sol. P(4) = 64k + 48 – 3 = 64k + 45
Q(4) = 128 – 20 + k = k + 108
given P(4) = Q(4)
$\therefore$ 64k + 45 = k + 108 $\Rightarrow$ 63k = 63 $\Rightarrow$ k = 1

Hindi P(4) = 64k + 48 – 3 = 64k + 45 ; Q(4) = 128 – 20 + k = k + 108
दिया गया है P(4) = Q(4)
$\therefore$ 64k + 45 = k + 108 $\Rightarrow$ 63k = 63 $\Rightarrow$ k = 1

4. Let f(x) be a polynomial function. If f(x) is divided by x–1, x+1 & x+2, then remainders are 5, 3 and 2 respectively. When f(x) is divided by $x^3 + 2x^2 - x - 2$, then remainder is :
माना f(x) बहुपदीय फलन है। यदि f(x), x–1, x+1 तथा x+2 से विभाजित है, तब शेषफल क्रमशः 5, 3 तथा 2 है। जब f(x), $x^3 + 2x^2 - x - 2$ से विभाजित किया जाता है, तब शेषफल है
(A) x – 4 (B) x + 4 (C) x – 2 (D) x + 2

Sol. f(x) = (x – 1) g(x) + 5 ; f(x) = (x + 1) h(x) + 3
$f(x) = (x + 2)\,\phi(x) + 2$; $f(x) = (x^3 + 2x^2 - x - 2)\,p(x) + ax^2 + bx + c$ .....(1)

$f(1) = 0 + a + b + c$; $f(-1) = 0 + a - b + c$
$f(-2) = 4a - 2b + c$ $\Rightarrow$ $a + b + c = 5$, $a - b + c = 3$, $4a - 2b + c = 2$
$\Rightarrow$ $a = 0, b = 1, c = 4$ from equation (1) remainder is $x + 4$
समीकरण (1) से शेषफल $x + 4$ है।

5. If $(x - a)$ is a factor of $x^3 - a^2x + x + 2$, then 'a' is equal to
यदि $(x - a)$ व्यंजक $x^3 - a^2x + x + 2$ का एक गुणनखण्ड हो, तो 'a' का मान है –
(A) 0 (B) 2 (C) –2 (D) 1

Sol. $x = a$ satisfies the given expression $x = a$ दिये गये व्यंजक को संतुष्ट करेगा,
$\therefore$ $a^3 - a^3 + a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$.

6. Let $N = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \ldots\ldots (2^{32} + 1) + 1$ and $N = 2^\lambda$ then the value of λ is
माना $N = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \ldots\ldots (2^{32} + 1) + 1$ तथा $N = 2^\lambda$ हो तब λ का मान है–
(A) 63 (B) 64 (C) 65 (D) 66

Sol. $N = \frac{1}{2-1}(2^{64} - 1) + 1 = 2^{64}$

7. If $(x + y)^2 = 2(x^2 + y^2)$ and $(x - y + \lambda)^2 = 4$, $\lambda > 0$, then λ is equal to :
यदि $(x + y)^2 = 2(x^2 + y^2)$ और $(x - y + \lambda)^2 = 4$, $\lambda > 0$ तब λ बराबर है:
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. $x^2 + y^2 - 2xy = 0$ $\Rightarrow$ $(x - y)^2 = 0$ $\Rightarrow$ $x = y$ then तब $\lambda^2 = 4$ $\Rightarrow$ $\lambda = \pm 2$
$\lambda > 0$, $\lambda = 2$

8. Find the power set of the set {a, b, c}. समुच्चय {a, b, c} का घात समुच्चय ज्ञात कीजिए–

Ans. $2^3 = 8$ elements अवयव { ϕ, {a}, {b} , {c} , {a, b} , {b, c} , {c, a}, {a, b, c}}

Sol. **Obvious**

9. Let A = {1, 2, 3, 5}, B = {1, 2, 3} and C = {1, 2, 5}. Find all the sets X satisfying.
माना A = {1, 2, 3, 5}, B = {1, 2, 3} तथा C = {1, 2, 5}. वह सभी समुच्चय X ज्ञात कीजिए जो निम्न को संतुष्ट करे।
(i) $X \subset A, X \not\subset B$ **(ii)** $X \subset A, X \not\subset C$
(iii) $X \subset B, X \neq B, X \not\subset C$ **(iv)** $X \subset A, X \subset B, X \subset C$

Ans. **(i)** {5}, {5, 1}, {5, 2}, {5, 3}, {5, 1,2}, {5,1,3}, {5,2,3}, {1, 2, 3, 5}
(ii) {3}, {3, 1}, {3, 2}, {3,5}, {3,1,2}, {3,1,5}, {3,2,5}, {1, 2, 3, 5}
(iii) {3}, {3, 1}, {3, 2} **(iv)** {1}, {2}, {1,2}, ϕ

Sol. **Obvious**

10. Let A = {ϕ, {ϕ}, 2, {2, ϕ}, 3}, which of the following are true?
माना A = {ϕ, {ϕ}, 2, {2, ϕ}, 3}, तब निम्न मे से सत्य है?
(i) $\phi \in A$ **(ii)** $\phi \subset A$ **(iii)** $\{\phi\} \in A$
(iv) $\{\phi\} \subset A$ **(v)** $2 \subset A$ **(vi)** $\{2, \phi\} \subset A$
(vii) $\{\{2\}, \{3\}\} \subset A$ **(viii)** $\{2, 3\} \not\subset A$ **(ix)** $\{\phi, 2, 3\} \subset A$.

Ans. **(i)** T **(ii)** T **(iii)** T **(iv)** T **(v)** F **(vi)** T
(vii) F **(viii)** F **(ix)** T

Sol. **Obvious**

DPP No. # A5 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 31 **Max. Time : 30 min.**

Comprehension ('–1' negative marking) Q.1 to Q.4	**(3 marks, 3 min.)**	**[12, 12]**
Single choice Objective ('–1' negative marking) Q.9	**(3 marks, 3 min.)**	**[03, 03]**
Multiple choice objective ('–1' negative marking) Q.10	**(4 marks, 3 min.)**	**[04, 03]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.5 to Q.8	**(3 marks, 3 min.)**	**[12, 12]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Comprehension (Q.1 to Q.4)

When two ratios are equal, then the four quantities compositing them are said to be proportional.

If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, then it is written as a : b = c : d or a : b :: c : d. Also

if $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \lambda \Rightarrow$ a = bλ and c = dλ

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{\sqrt[n]{(a)^n \pm (c)^n}}{\sqrt[n]{(b)^n \pm (d)^n}} = \lambda \ ; (\lambda > 0)$$

important property of proportion :

(i) If a : b = c : d, then

$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (Componendo) i.e. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$

(ii) If a : b = c : d, then

$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (Dividendo) i.e. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$

(iii) If a : b = c : d, then

$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (Componendo and dividendo)

अनुच्छेद (Q.1 to Q.4)

जब दो अनुपात बराबर हो तो उनमें प्रयुक्त चार राशियां समानुपाती कहलाती है

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$,तब यह a : b = c : d या a : b :: c : d. में लिखते है–

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \lambda \Rightarrow$ a = bλ और c = dλ

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{\sqrt[n]{(a)^n \pm (c)^n}}{\sqrt[n]{(b)^n \pm (d)^n}} = \lambda \ ; (\lambda > 0)$$

समानुपाती गुणधर्म से

(i) यदि a : b = c : d, तब

$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (योगाअनुपात) i.e. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$

(ii) यदि a : b = c : d, तब

$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (अन्तरानुपात) i.e. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$

(iii) यदि a : b = c : d, तब

$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (योगान्तरानुपात)

1. If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ and $\frac{2a^4b^2 + 3a^2c^2 - 5e^4f}{2b^6 + 3b^2d^2 - 5f^5} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ then the value of n is :

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ तथा $\frac{2a^4b^2 + 3a^2c^2 - 5e^4f}{2b^6 + 3b^2d^2 - 5f^5} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ तब n का मान ज्ञात कीजिए।

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ (let माना)

$$\frac{2a^4b^2+3a^2c^2-5e^4f}{2b^6+3b^2d^2-5f^5} = \frac{2b^6k^4+3b^2d^2k^4-5f^5k^4}{2b^6+3b^2d^2-5f^5} = k^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^4$$

2. If $\frac{a+3d}{a+9d} = \frac{a+d}{a+5d}$ = k, then k is equal to (a, d > 0)

यदि $\frac{a+3d}{a+9d} = \frac{a+d}{a+5d}$ = k तब k बराबर है (a, d > 0)

(A) 1/2 (B) 2 (C) 6 (D) 1/4

Sol. $\frac{a+3d}{a+9d} = \frac{a+d}{a+5d}$ = k $\Rightarrow$ a + 3d = ak + 9dk $\Rightarrow$ (3 – 9k)d = a(k – 1) .....(i)

and तथा a + d = ak + 5dk

d(1 – 5k) = a(k – 1) .....(ii)

(i) और (ii) से 3 – 9k = 1 – 5k $\Rightarrow$ 4k = 2 $\Rightarrow$ k = $\frac{1}{2}$

3. If $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^3-x^2+x-1} = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$, then the number of real value of x satisfying are

यदि $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^3-x^2+x-1} = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$, तब x के वास्तविक मानों की संख्या होगी जो सतुष्ट होती है।

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Sol. $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^3-x^2+x-1} = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$ $\Rightarrow$ $\frac{x^3+x}{x^2+1} = \frac{x^2+1}{x}$ (By C & D)

$\Rightarrow$ $x^2(x^2 + 1) = (x^2 + 1)^2$ $\Rightarrow$ $x^2 = x^2 + 1$, which is not possible. संभव नहीं है।

4. The value of x satisfying the equation $\frac{6x+2a+3b+c}{6x+2a-3b-c} = \frac{2x+6a+b+3c}{2x+6a-b-3c}$ is

समीकरण $\frac{6x+2a+3b+c}{6x+2a-3b-c} = \frac{2x+6a+b+3c}{2x+6a-b-3c}$ को संतुष्ट करने वाला x का मान है।

(A) ab/c (B) 2ab/c (C) ab/3c (D) ab/2c

Sol. Applying C and D both sides, and solve

योगांतरानुपात नियम का उपयोग कर हल करें।

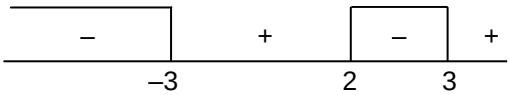
Solve the following inequations

निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए –

5. $\frac{x-2}{x^2-9} < 0$

Ans. $x \in (-\infty, -3) \cup (2, 3)$

Sol. $\frac{x-2}{(x-3)(x+3)} < 0$

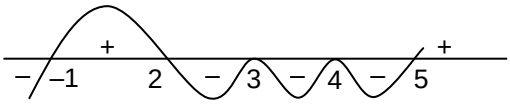


$x \in (-\infty, -3) \cup (2, 3)$

6. $(x + 1)(x - 3)^2 (x - 5)(x - 4)^2 (x - 2) < 0$

Ans. $x \in (-\infty, -1) \cup (2, 3) \cup (3, 4) \cup (4, 5)$

Sol. $(x + 1)(x + 3)^2 (x - 5)(x - 4)^2 (x - 2) < 0$

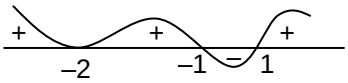


$x \in (-\infty, -1) \cup (2, 3) \cup (3, 4) \cup (4, 5)$

7. $\dfrac{(x-1)\ \ (x+2)^2}{-1-x} < 0$

Ans. $x \in (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, \infty)$

Sol. $\dfrac{(x-1)(x+2)^2}{(x+1)} > 0$

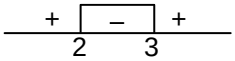


$x \in (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, \infty)$

8. $\dfrac{1+x^2}{x^2-5x+6} < 0$

Ans. $x \in (2, 3)$

Sol. $\dfrac{1+x^2}{(x-2)(x-3)} < 0$



$x \in (2, 3)$

9. Least integral value of x satisfying the inequation $(x^2 + 1) < (x + 2)^2 < 2x^2 + 4x - 12$ is

असमिका $(x^2 + 1) < (x + 2)^2 < 2x^2 + 4x - 12$ को संतुष्ट करने वाला x का न्यूनतम पूर्णांक मान होगा–

(A) – 2 (B) – 5 (C) 2 (D) 5

Sol. $x^2 + 1 < x^2 + 4x + 4 < 2x^2 + 4x - 12$

$x^2 + 1 < x^2 + 4x + 4$ andऔर $x^2 > 16$ $\Rightarrow x > -\dfrac{3}{4}$ &और $x \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$

$\Rightarrow x \in (4, \infty)$

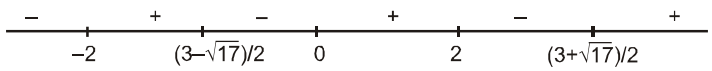
10. The solution set of the inequality $\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x} \le \dfrac{2}{x+2}$ is $(-\alpha, \beta] \cup (\gamma, \alpha) \cup [\delta, \infty)$, then

असमिका $\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x} \le \dfrac{2}{x+2}$ का हल समुच्चय $(-\alpha, \beta] \cup (\gamma, \alpha) \cup [\delta, \infty)$ है, तब

(A) $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 5$ (B) $\alpha\beta\gamma\delta = -4$ (C) $\beta\delta = -2$ (D) $\alpha\beta\gamma = 0$

Sol. $\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x} \le \dfrac{2}{x+2}$; $\dfrac{2}{x\ \ (x-2)} \le \dfrac{2}{x+2}$; $\dfrac{(x+2)-x(x-2)}{x\ \ (x-2)(x+2)} \le 0$

$\dfrac{-x^2+3x+2}{x\ \ (x-2)(x+2)} \le 0$; $\dfrac{x^2-3x-2}{x\ \ (x-2)(x+2)} \ge 0$



$\left(-2, \dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right] \cup (0, 2) \cup \left[\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}, \infty\right)$

$\alpha = 2, \beta = \dfrac{3-\sqrt{17}}{2}, \gamma = 0, \delta = \dfrac{3+\sqrt{17}}{2}$

Resonance®
Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS
DPP
DAILY PRACTICE PROBLEMS
NO. A6 TO A7

DPP No. # A6

1. (A) **2.** (B) **3.** (C) **4.** (BD) **5.** A = B = E, C = F = D
6. A′ = {2, 4, 6, 8, 10}. **7.** A – B = {1, 3, 5}, B – A = {8}. **8.** (A) **9.** (D)
10. (C)

DPP No. # A7

1. (A) **2.** (A) **3.** (C) **4.** (B) **5.** (B) **6.** (B) **7.** (B)
8. (C) **9.** (D) **10.** (AC)

DPP No. # A6 (JEE–MAIN)

Total Marks : 31 **Max. Time : 30 min.**

Single choice Objective ('–1' negative marking) Q.1,2,3,8,9,10	**(3 marks, 3 min.)**	**[18, 18]**
Multiple choice objective ('-2' negative & Partial marking) Q.4	**(4 marks 3 min.)**	**[04, 03]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.5 to Q.7	**(3 marks, 3 min.)**	**[09, 09]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

1. If $2x^3 - 5x^2 + x + 2 = (x - 2)(ax^2 - bx - 1)$, then a & b are respectively :
यदि $2x^3 - 5x^2 + x + 2 = (x - 2)(ax^2 - bx - 1)$ हो, तो 'a' व 'b' के मान क्रमशः है –
(A) 2, 1 (B) 2, – 1 (C) 1, 2 (D) – 1, 1/2

Sol. $2x^3 - 5x^2 + x + 2 = ax^3 - (2a + b)x^2 + (2b - 1)x + 2$
$\therefore$ a = 2
2a + b = 5 and और 2b – 1 = 1

2. If x, y are rational numbers such that $(x + y) + (x - 2y)\sqrt{2} = 2x - y + (x - y - 1)\sqrt{5}$ then
(A) x = 1, y = 1 (B) x = 2, y = 1
(C) x = 5, y = 1 (D) x & y can take infinitely many values
यदि x, y परिमेय संख्याएँ इस प्रकार है कि $(x + y) + (x - 2y)\sqrt{2} = 2x - y + (x - y - 1)\sqrt{5}$ है, तो
(A) x = 1, y = 1 होगा। (B) x = 2, y = 1 होगा।
(C) x = 5, y = 1 होगा। (D) x एवं y के अनन्त मान हो सकते है।

Sol. Equality can hold only when
$x + y = 2x - y \Rightarrow x - 2y = 0$ ...(1) and $x - 2y = x - y - 1 = 0$ ...(ii)
(i) – (ii) we get $-y + 1 = 0 \Rightarrow y = 1$ & x = 2.

Hindi समता (equality) केवल तभी अस्तित्व में होगी
जब $x + y = 2x - y \Rightarrow x - 2y = 0$ ...(1) और $x - 2y = x - y - 1 = 0$ ...(ii)
(i) में से (ii) को घटाने पर $-y + 1 = 0 \Rightarrow y = 1$ तथा x = 2

3. If log15 = a and log75 = b, then $\log_{75}45$ is :
यदि log15 = a और log75 = b हो, तो $\log_{75}45$ है :

(A) $\frac{3b-a}{a}$ (B) $\frac{b-3a}{a}$ (C) $\frac{3a-b}{b}$ (D) $\frac{a-3b}{b}$

Sol. log 15 = a log 75 = b
log 5 + log 3 = a⇒ log 15 + log 5 = b ..... (i)
⇒ log 3 + 2log 5 = b (from (i) से)
⇒ –b + 2a = log3

$\log_{75}45 = \frac{\log 15+\log 3}{\log 75} = \frac{a-b+2a}{b} = \frac{3a-b}{b}$

4. $\log_3\left(1+\frac{1}{3}\right)+\log_3\left(1+\frac{1}{4}\right)+\log_3\left(1+\frac{1}{5}\right)+ .. +\log_3\left(1+\frac{1}{242}\right)$ when simplified has the value equal to :

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) $\log_2 16$

$\log_3\left(1+\frac{1}{3}\right)+\log_3\left(1+\frac{1}{4}\right)+\log_3\left(1+\frac{1}{5}\right)+ .. +\log_3\left(1+\frac{1}{242}\right)$ का सरलीकृत मान है –

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) $\log_2 16$

Sol. $\log_3\left(\frac{4}{3}.\frac{5}{4}.....\frac{243}{242}\right) = \log_3\left(\frac{243}{3}\right) = 4.$

5. Which of the following sets are equal ?
A = {x : x ∈ N, x < 4}, B = {1, 1, 2, 3, 3}, C = {1, 3}, D = {x : x is an odd natural number < 5}
E = {1, 2, 3}, F = {1, 1, 3}
निम्न मे से कौनसे समुच्चय समान है?
A = {x : x ∈ N, x < 4}, B = {1, 1, 2, 3, 3}, C = {1, 3}, D = {x : x, 5 से छोटी विषम प्राकृत संख्या है}
E = {1, 2, 3}, F = {1, 1, 3}

Ans. A = B = E
C = F = D

Sol. **Obvious**

6. Let U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} and A = {1, 3, 5, 7, 9}. Find A′.
माना U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} तथा A = {1, 3, 5, 7, 9}. तो A′ ज्ञात कीजिए –

Ans. A′ = {2, 4, 6, 8, 10}.

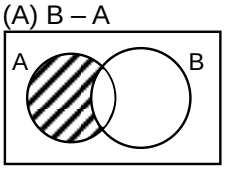
Sol. A′ = U – A
= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} – {1, 3, 5, 7, 9}
= {2, 4, 6, 8, 10}.

7. Let A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, B = {2, 4, 6, 8}. Find A – B and B – A.
माना A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, B = {2, 4, 6, 8}. तो A – B तथा B – A ज्ञात कीजिए –

Ans. A – B = {1, 3, 5}
B – A = {8}.

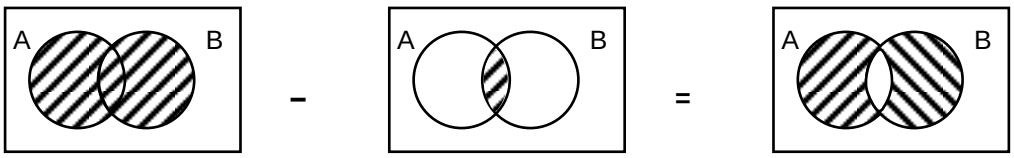
8. If A, B, C are any three sets, then A ∪ (B ∩ C) is
(A) (A ∪ B) ∩ (A ∪ C) (B) (A ∪ B) (A ∪ C) (C) (A ∪ B) ∪ (A ∩ C) (D) None of these
यदि A, B, C कोई तीन समुच्चय हो, तो A ∪ (B ∩ C) का मान है–
(A) (A ∪ B) ∩ (A ∪ C) (B) (A ∪ B) (A ∪ C) (C) (A ∪ B) ∪ (A ∩ C) (D) इनमें से कोई नहीं

9. A – B is equal to :
A – B का मान है–
(A) B – A (B) $A \cup B$ (C) $A \cap B$ (D) $A - (A \cap B)$

Sol.


$(A-B) = A - (A \cup B)$

10. If A and B are any two sets, then $(A \cup B) - (A \cap B)$ is equal to
(A) A – B (B) B – A (C) $(A - B) \cup (B - A)$ (D) None of these
यदि A तथा B कोई दो समुच्चय हो, तो $(A \cup B) - (A \cap B)$ का मान है–
(A) A – B (B2) B – A (C) $(A - B) \cup (B - A)$ (D) इनमें से कोई नहीं

Sol.


$(A \cup B)$ $(A \cap B)$ $(A - B) \cup (B-A)$

DPP No. # A7 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 30		**Max. Time : 30 min.**
Comprehension ('–1' negative marking) Q. 1 to Q.3	**(3 marks 3 min.)**	**[09, 09]**
Single choice Objective ('–1' negative marking) Q.4 to 9	**(3 marks 3 min.)**	**[18, 18]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.10	**(3 marks 3 min.)**	**[03, 03]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Comprehension (Q. No. 1 to 3)

A number of the form a + ib is called a complex number, where $a,b \in R$ and $i = \sqrt{-1}$. Complex number is usually denoted by Z and the set of complex number is represented by C. Thus $C = \{a + ib : a, b \in R$ and $i = \sqrt{-1}\}$. If Z = a + ib is a complex number then $\bar{z} = a - ib$ is called as conjugate. Two complex numbers $z_1 = a_1 + ib_1$ & $z_2 = a_2 + ib_2$ are equal if and only if their real and imaginary parts are equal respectively. i.e. $z_1 = z_2 \Leftrightarrow Re(z_1) = Re(z_2)$ and $Im(z_1) = Im(z_2) \Leftrightarrow a_1 = a_2$ and $b_1 = b_2$. The following algebric operations can be performed on complex numbers.

1. Addition $(a + bi) + (c + di) = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d) i$
2. Subtraction $(a + bi) - (c + di) = a + bi - c - di = (a - c) + (b - d) i$
3. Multiplication $(a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$
4. Division $\frac{a+bi}{c+di} = \frac{a+bi}{c+di} \cdot \frac{c-di}{c-di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2} i$

Using above comprehension answer the followings :

अनुच्छेद (प्र० सं० 1 से 3)

a + ib रूप की एक संख्या एक सम्मिश्र संख्या कहलाती है जहाँ $a,b \in R$ तथा $i = \sqrt{-1}$ अक्सर सम्मिश्र संख्या Z से तथा सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय C से प्रदर्शित किया जाता है। इस प्रकार $C = \{a + ib : a, b \in R$ तथा $i = \sqrt{-1}\}$ यदि Z = a + ib एक सम्मिश्र संख्या है तब $\bar{z} = a - ib$ इसका संयुग्मी कहलाता है। दो सम्मिश्र संख्याऐं $z_1 = a_1 + ib_1$ तथा $z_2 = a_2 + ib_2$ बराबर होती है यदि और केवल यदि उनके वास्तविक तथा काल्पनिक भाग क्रमशः बराबर है
अर्थात् $z_1 = z_2 \Leftrightarrow Re(z_1) = Re(z_2)$ तथा $Im(z_1) = Im(z_2) \Leftrightarrow a_1 = a_2$ तथा $b_1 = b_2$सम्मिश्र संख्याओं पर निम्नलिखित बीजगणितीय संक्रियाऐं लगाई जा सकती है–

1. योग $(a + bi) + (c + di) = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d) i$
2. व्यवकलन $(a + bi) - (c + di) = a + bi - c - di = (a - c) + (b - d) i$

3. गुणन $(a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$

4. भाग $\frac{a+bi}{c+di} = \frac{a+bi}{c+di} \cdot \frac{c-di}{c-di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2} i$

उपरोक्त अनुच्छेद का उपयोग कर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. If $(x^2 + x) + iy$ and $(-x - 1) - i(x + 2y)$ are conjugate of each other, then real value of x & y are
यदि $(x^2 + x) + iy$ और $(-x - 1) - i(x + 2y)$ एक दूसरे के संयुग्मी है, तो x और y का वास्तविक मान है–
(A) $x = -1, y = 1$ (B) $x = 1, y = -1$ (C) $x = 1, y = 1$ (D) $x = -1, y = -1$

Sol. $x^2 + x = -x - 1, y = x + 2y$
$x^2 + 2x + 1 = 0, x = -y$
$x = -1, y = 1$

2. $\left(\frac{4i^3 - i}{2i+1}\right)^2$ can be expressed in a + ib as

$\left(\frac{4i^3 - i}{2i+1}\right)^2$ को a + ib के रूप में व्यक्त किया जा सकता है–

(A) 3 + 4i (B) 3 – 4i (C) 4 + 3i (D) 4 – 3i

Sol. $\left(\frac{4\ \ i^3 - i}{2\ \ i+1}\right)^2 = \left(\frac{-5\ \ i}{2\ \ i+1}\right)^2 = \frac{-25}{-3+4\ \ i} = 3 + 4i$

3. If $a^2 + b^2 = 1$. Then $\frac{1+b+ia}{1+b-ia} =$

यदि $a^2 + b^2 = 1$, तब $\frac{1+b+ia}{1+b-ia} =$

(A) 1 (B) 2 (C) b + ia (D) a + ib

Sol. Given that दिया है $a^2 + b^2 = 1$, therefore,

$$\frac{1+b+ia}{1+b-ia} = \frac{(1+b+ia)(1+b+ia)}{(1+b-ia)(1+b+ia)}$$

$$= \frac{(1+b)^2 - a^2 + 2ia(1+b)}{1+b^2+2b+a^2} = \frac{(1-a^2)+2b+b^2+2ia(1+b)}{2(1+b)} = \frac{2b^2+2b+2ia(1+b)}{2(1+b)} = b + ia$$

4. If $\log_{10}(x-1)^3 - 3\log_{10}(x-3) = \log_{10} 8$, then $\log_x 625$ has the value equal to :
यदि $\log_{10}(x-1)^3 - 3\log_{10}(x-3) = \log_{10} 8$ है तो $\log_x 625$ का मान बराबर है–
(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

Sol. $\log_{10}(x-1)^3 - \log_{10}(x-3)^3 = \log_{10} 8$

$\Rightarrow \log_{10}\left(\frac{x-1}{x-3}\right)^3 = \log_{10}(2)^3 \Rightarrow \frac{x-1}{x-3} = 2 \Rightarrow x - 1 = 2x - 6$

$\Rightarrow x = 5$ So, $\log_x 625 = \log_5 (5)^4 = 4$

5. If $\frac{1}{3}\log_3 M + 3\log_3 N = 1 + \log_{0.008} 5$, then

यदि $\frac{1}{3}\log_3 M + 3\log_3 N = 1 + \log_{0.008} 5$ है तो

(A) $M^9 = \frac{9}{N}$ (B) $N^9 = \frac{9}{M}$ (C) $M^3 = \frac{3}{N}$ (D) $N^9 = \frac{3}{M}$

Sol. $\log_3 M + 9\log_3 N = 3(1 + \log_{0.008} 5)$
$\log_3 MN^9 = 3(\log_{0.008} 5 \times 0.008)$

$\log_3 (MN^9) = 3\log_{0.008} 0.04 = 3 \times \frac{2}{3}$ so अतः $MN^9 = 9$

6. If $\log_{10}\frac{1025}{1024} = \alpha$ and $\log_{10} 2 = \beta$, then the value of $\log_{10}4100$ in terms of α and β is equal to

(A) $\alpha + 9\beta$ (B) $\alpha + 12\beta$ (C) $12\alpha + \beta$ (D) $9\alpha + \beta$

यदि $\log_{10}\frac{1025}{1024} = \alpha$ एवं $\log_{10} 2 = \beta$ हो, तो α व β के पदों में $\log_{10}4100$ का मान बराबर है –

(A) $\alpha + 9\beta$ के (B) $\alpha + 12\beta$ के (C) $12\alpha + \beta$ के (D) $9\alpha + \beta$ के

Sol. $\log_{10}2 = \beta$

$\log_{10}\left(\frac{1025}{1024}\times\frac{4}{4}\right) = \alpha$

$\Rightarrow$ $\log_{10} 4100 - \log_{10} 2^{12} = \alpha$

$\Rightarrow$ $\log_{10} 4100 = \alpha + 12\beta$

7. If $x = 2 + 2^{2/3} + 2^{1/3}$, then the value of $(x^3 - 6x^2 + 6x)$ is

यदि $x = 2 + 2^{2/3} + 2^{1/3}$, हो तो $(x^3 - 6x^2 + 6x)$ का मान बताइये।

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $x = 2 + 2^{2/3} + 2^{113}$

$(x - 2)^3 = (2^{2/3} + 2^{1/3})^3$ $\Rightarrow$ $x^3 - 6x^2 + 6x = 2$

8. If $x = \log_k b = \log_b c = \frac{1}{2}\log_c d$, then $\log_k d$ is equal to

यदि $x = \log_k b = \log_b c = \frac{1}{2}\log_c d$ हो, तो $\log_k d =$

(A) 6x (B) $\frac{x^3}{2}$ (C) $2x^3$ (D) $2x^8$

Sol. $X = \log_k b = \log_b c = \frac{1}{2}\log_c d$

$\Rightarrow$ $b = (k)^x$ $\Rightarrow$ $c = (b)^x$

$\Rightarrow$ $d = (c)^{2x}$ $\Rightarrow$ $d =$

$\Rightarrow$ $d = (k)^{2x^3}$ $\log_k (k)^{2x^3} = 2x^3$

9. Let n be an integer greater than 1 and let $a_n = \frac{1}{\log_n 1001}$. If $b = a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ and $c = a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15}$. Then value of $(b - c)$ is equal to

माना n, 1 से बड़ी पूर्णांक संख्या है तथा माना $a_n = \frac{1}{\log_n 1001}$ यदि $b = a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ और $c = a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15}$ तब $(b - c)$ का मान बराबर है -

(A) 1001 (B) 1002 (C) – 2 (D) –1

Sol. $a_n = \log_{1001}n$

$b = \log_{1001}3 \times 4 \times 5 \times 6$ and $c = \log_{1001}(11\times12\times13\times14\times15)$

$\therefore$ $(b - c) = \log_{1001}\left(\frac{3\times4\times5\times6}{11\times12\times13\times14\times15}\right)$

$= \log_{1001}(1001)^{-1} = -1$

10. If $B = \frac{12}{3+\sqrt{5}+\sqrt{8}}$ and $A = \sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{10}$, then value of $\log_A B$ is

(A) a positive integer (B) a prime integer

(C) a non-negative integer (D) non integer

यदि $B = \frac{12}{3+\sqrt{5}+\sqrt{8}}$ तथा $A = \sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{10}$ है, तब $\log_A B$ का मान है–

(A) एक धनात्मक पूर्णांक (B) एक अभाज्य पूर्णांक (C) एक अऋणात्मक पूर्णांक (D) अपूर्णांक

Sol. $B = \frac{12}{3+\sqrt{5}+\sqrt{8}} = \frac{12(3+\sqrt{5}-\sqrt{8})}{6+6\sqrt{5}} = \frac{2(3+\sqrt{5}-\sqrt{8})}{(\sqrt{5}+1)}$

$= \frac{6+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} - \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{(\sqrt{5}+1)} - \sqrt{10}+\sqrt{2} = 1+\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{10}$

Hence अतः A = B So $\log_A B = 1$ **Hence (A) (C)**

Resonance® Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS DPP

DAILY PRACTICE PROBLEMS

NO. A8 TO A9

DPP No. # A8

1. (B) **2.** (A) **3.** (C) **4.** (i) $\bar{1}.1072$ (ii) $\bar{2}.0969$ (iii) 1.5577
(iv) $\bar{4}.3859$ (v) 0.6990 (vi) 2.6990 (vii) $\overline{2.1338}$ **5.** (i) 0.02301 (ii) 0.0001617
(iii) 429.4 (iv) 1.029
6. (i) 4 (ii) 3 (iii) 40.53 **7.** 1.642 **8.** 58.68 cm^3 **9.** 1.726
10. 48

DPP No. # A9

1. (A) **2.** (A) **3.** (B) **4.** $[-2, 3) \cup (3, 4] \cup \{5\}$ **5.** (AB) **6.** (AC)
7. (ABC) **8.** (ABCD) **9.** (AB) **10.** (D)

DPP No. # A8 (JEE–ADVANCED)
Special DPP on " Logarithm Table"

Total Marks : 30 **Max. Time : 30 min.**
Single choice Objective ('–1' negative marking) Q.1,2,3 **(3 marks, 3 min.)** **[09, 09]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.4 to Q.10 **(3 marks, 3 min.)** **[21, 21]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

1. Number of integers whose characteristic of logarithms to the base 10 is 3, is
उन पूर्णांकों की संख्या जिनका आधार 10 पर पूर्णांश (characteristic) 3 है, है–
(A) 8999 (B) 9000 (C) 90000 (D) 99000

Sol. Number of integer = $9 \times 10^n = 9 \times 10^3 = 9000$

2. If mantissa of lagarithm of 719.3 to the base 10 is 0.8569, then mantissa of logarithm of 71.93 is
719.3 के लघुगणक के आधार 10 पर भिन्नांश (mantissa) 0.8569 है, तो 71.93 के लघुगणक का भिन्नांश (mantissa) है–
(A) 0.8569 (B) $\bar{1}.8569$ (C) 1.8569 (D) 0.1431

Sol. Mantissa भिन्नांश = $\{\log_a N\} = \{\log_{10} 719.3\} = \{\log_{10} 71.93 + \log_{10} 10\} = \{\log_{10} 71.93\} = 0.8569$

3. Number of digits in integral part of $60^{12} + 60^{-12} - 60^{-15}$ is (given log 2 = 0.3030, log 3 = 0.4771)
$60^{12} + 60^{-12} - 60^{-15}$ के पूर्णांक भाग में अंकों की संख्या है– (दिया है log 2 = 0.3030, log 3 = 0.4771)
(A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 24

Sol. $[60^{12} + 60^{-12} - 60^{-15}] \Rightarrow 60^{12} + [60^{-12} - 60^{-15}] \Rightarrow [60^{-12} - 60^{-15}] = 0$
60^{12} characteristic $[\log_a N] = [12\log_{10}60] = 21$
No. of digits = 21 + 1 = 22

4. Find logarithm of the following values :
निम्नलिखित के लघुगणक ज्ञात कीजिए :

(i) 0.128 **Ans.** $\bar{1}.1072$
(ii) 0.0125 **Ans.** $\bar{2}.0969$
(iii) 36.12 **Ans.** 1.5577
(iv) 0.0002432 **Ans.** $\bar{4}.3859$
(v) 5 **Ans.** 0.6990
(vi) 500 **Ans.** 2.6990
(vii) 0.01361 **Ans.** 2.1338

Sol. Use antilog table

5. Find antilog of the following values :
निम्नलिखित के प्रतिलघुगणक ज्ञात कीजिए :

(i) $\bar{2}.362$ **Ans.** 0.02301
(ii) – 3.7913 **Ans.** 0.0001617
(iii) 2.6329 **Ans.** 429.4
(iv) 0.0125 **Ans.** 1.029

Sol. Use antilog table

6. (i) Find antilog of 0.4 to the base 32.
0.4 का आधार 32 पर प्रतिलघुगणक ज्ञात कीजिए। **Ans.** 4
(ii) Find antilog of 2 to the base $\sqrt{3}$.
2 का आधार $\sqrt{3}$ पर प्रतिलघुगणक ज्ञात कीजिए। **Ans.** 3
(iii) Find number whose logarithm is 1.6078.
वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसका लघुगणक 1.6078 है। **Ans.** 40.53

Sol. (i) $(32)^{0.4} = (2^5)^{0.4} = 2^2 = 4$ (ii) $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$ (iii) from anti log table

7. Given $\log_{10}2 = 0.3010$, find $\log_{25} 200$ by using log table
दिया है $\log_{10}2 = 0.3010$ तो लघुगणक सारणी का उपयोग करके $\log_{25} 200$ का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. 1.642

Sol. $\text{Log}_{25}200 = \dfrac{\log_{10} 200}{\log_{10} 25} = \dfrac{(\log_{10} 2 + 2)}{(2 - \log_{10} 4)} = \dfrac{(.3010 + 2)}{(2 - 0.602)} = \dfrac{2.301}{1.398} = 1.6459$

8. Find volume of a cuboid whose edges are 58.73 cm, 2.631 cm and 0.3798 cm using log table.

लघुगणक सारणिक का उपयोग करके उस घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ 58.73 सेमी , 2.631 सेमी और 0.3798 सेमी है।

Ans. 58.68 cm^3

Sol. V = (58.73) × (2.631) × (.3798) tentative
$\log_{10}V = \log_{10}58.73 + \log_{10}2.631 + \log_{10}.3798 = = 1.7688 + .4202 - 0.4205 = 1.7685$
tanking antilog (base 10) antilog(1.7685) = 58.68

9. Find the value of $(23.17)^{\frac{1}{5.76}}$ using log table.

लघुगणक सारणी का उपयोग करके $(23.17)^{\frac{1}{5.76}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. 1.726

Sol. Take log $\Rightarrow$ $\frac{\log_{10}(23.17)}{5.76} = \frac{1.3649}{5.76}$ (using log table) = .2370

Taking antilog (using antilog table) antilog(.2370) = 1.726

10. Find number of digits in 875^{16}

875^{16} में अंकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Ans. 48

Sol. Characteristic of $(875)^{16}$ on base 10 $\Rightarrow$ $[\log_{10}N]$ …G.I..F

$[\log_{10}875^{16}] = [16\log_{10}875] = 47$ $\Rightarrow$ $\log_{10}875 = 2.9420$

No. of digits = 47 + 1 = 48

Hindi. $(875)^{16}$ का आधार 10 पर पूर्णांश $\Rightarrow$ $[\log_{10}N]$ …G.I..F

$[\log_{10}875^{16}] = [16\log_{10}875] = 47$ $\Rightarrow$ $\log_{10}875 = 2.9420$

अंको की संख्या = 47 + 1 = 48

DPP No. # A9 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 35		**Max. Time : 30 min.**
Comprehension ('–1' negative marking) Q.1 to Q.3	**(3 marks, 3 min.)**	**[09, 09]**
Single choice Objective ('–1' negative marking) Q.10	**(3 marks, 3 min.)**	**[03, 03]**
Multiple choice objective ('–1' negative marking) Q.5 to Q.9	**(4 marks, 3 min.)**	**[20, 15]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.4	**(3 marks 3 min.)**	**[03, 03]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Comprehension # 1 (Q. No. 1 to 3)

अनुच्छेद (प्रश्न संख्या 1 से 3 तक)

Given that $N = 7^{\log_{49} 900}$, $A = 2^{\log_2 4} + 3^{\log_2 4} + 4^{\log_2 2} - 4^{\log_2 3}$, D = $(\log_5 49)(\log_7 125)$

Then answer the following questions : (Using the values of N, A, D)

दिया गया है कि $N = 7^{\log_{49} 900}$, $A = 2^{\log_2 4} + 3^{\log_2 4} + 4^{\log_2 2} - 4^{\log_2 3}$ D = $(\log_5 49)(\log_7 125)$

तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए। (N, A, D के मानों का उपयोग करते हुए)

1. If $\log_A D = a$, then the value of $\log_6 12$ is (in terms of a)

यदि $\log_A D = a$ हो, तो $\log_6 12$ का मान (a के पदों में) है –

(A) $\frac{1+3a}{3a}$ (B) $\frac{1+2a}{3a}$ (C) $\frac{1+2a}{2a}$ (D) $\frac{1+3a}{2a}$

Sol. N = 30

A = 4 + 9 + 4 – 9

A = 8

D = 6

$\log_8 6 = a$

$\log_2 6 = 3a$ .. (1)

$\log_6 12$

$= 1 + \log_6 2$

$= 1 + \frac{1}{3a} = \frac{3a+1}{3a}$ (A)

2. If the value obtained in previous question is $\frac{1+ma}{na}$, then choose the correct option

यदि प्रश्न संख्या 1 में प्राप्त मान $\frac{1+ma}{na}$ है, तो सही विकल्प चुनिए –

(A) $\log_N m < \log_m N = \log_n N$ (B) $\log_N m < \log_n N < \log_m N$
(C) $\log_m N < \log_N m < \log_n N$ (D) $\log_m N < \log_N m = \log_n N$

Sol. m = 3, n = 3, N = 30
$\log_3 30 > \log_{30} 3 \Rightarrow \log_N m < \log_m N = \log_n N$

3. The value of $\log_{\left(A-\frac{N}{10}\right)} |N + A + D + m + n| - \log_5 2$ is equal to

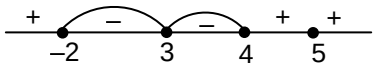
$\log_{\left(A-\frac{N}{10}\right)} |N + A + D + m + n| - \log_5 2$ का मान है –

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. $\log_5 |30 + 8 + 6 + 3 + 3| - \log_5 2$
$\log_5 50 - \log_5 2$
$2 + \log_5 2 - \log_5 2$
$= 2$

4. **Solve हल कीजिए** $\frac{(x-5)^2 \quad (x+2)^3 \quad (x-4)}{(x-3)^4} \le 0$

Ans. $[-2, 3) \cup (3, 4] \cup \{5\}$

Sol. 

$x \in [-2,3) \cup (3, 4] \cup \{5\}$

5. If x & y are real numbers and $\frac{y}{x} = x$, then ' y ' cannot take the value(s) :

यदि x व y वास्तविक संख्याएँ है एवं $\frac{y}{x} = x$ हो, तो y का मान नही हो सकता है –

(A) – 1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

Sol. $\frac{y}{x} = x \quad \because \quad x \neq 0$
therefore $y \neq 0$ and $y = x^2 \quad \therefore \quad y > 0$

Hindi $\frac{y}{x} = x \quad \because \quad x \neq 0$
अतः $y \neq 0$ और $y = x^2 \quad \therefore \quad y > 0$

6. If $\log_4 5 = x$ and $\log_5 6 = y$ then

(A) $\log_4 6 = xy$ (B) $\log_6 4 = xy$ (C) $\log_3 2 = \frac{1}{2xy-1}$ (D) $\log_2 3 = \frac{1}{2xy-1}$

यदि $\log_4 5 = x$ तथा $\log_5 6 = y$ तब

(A) $\log_4 6 = xy$ (B) $\log_6 4 = xy$ (C) $\log_3 2 = \frac{1}{2xy-1}$ (D) $\log_2 3 = \frac{1}{2xy-1}$

Sol. $xy = \log_4 5 \cdot \log_5 6 = \log_4 6 \quad \Rightarrow$ (A) is correct सही है।
Also $xy = \frac{\log_2 6}{\log_2 4} \quad \Rightarrow \quad 2xy = 1 + \log_2 3$
$2xy - 1 = \log_2 3 \quad \Rightarrow$ (C) is correct सही है।

7. Which is/are true ?
निम्न में से कौनसा/कौनसे सत्य है ?

(A) $\log_{0.2}3 < \log_2 3$ (B) $\log_{\sqrt{5}}10 < \log_{\sqrt{3}}11$

(C) $\log_{\sqrt{3}}10 > \log_{\sqrt{5}}11$ (D) $\log_{(2-\sqrt{3})}(7-4\sqrt{3}) > \log_{(\sqrt{3}-1)}(4-2\sqrt{3})$

Sol. Since $\log_2 3 > 0$ and $\log_{0.2}3 < 0$

$\Rightarrow$ $\log_{0.2}3 < \log_2 3$ is true (A) is true

Since $\log_{\sqrt{3}}10 > \log_{\sqrt{3}}9 = 4$

$\log_{\sqrt{3}}10 > 4$

Since $\log_{\sqrt{5}}11 < \log_{\sqrt{5}}25 = 4$ $\Rightarrow$ $\log_{\sqrt{3}}10 > \log_{\sqrt{5}}11$ (C) is true.

Since $\log_{\sqrt{5}}10 < \log_{\sqrt{5}}25$ $\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}10 < 4$ $\Rightarrow$ $\log_{\sqrt{5}}10 < \log_{\sqrt{3}}11$ (B) is true.

HIndi. चूंकि $\log_2 3 > 0$ और $\log_{0.2}3 < 0$

$\Rightarrow$ $\log_{0.2}3 < \log_2 3$ सत्य है। (A) सत्य है।

चूंकि $\log_{\sqrt{3}}10 > \log_{\sqrt{3}}9 = 4$

$\log_{\sqrt{3}}10 > 4$

चूंकि $\log_{\sqrt{5}}11 < \log_{\sqrt{5}}25 = 4$ $\Rightarrow$ $\log_{\sqrt{3}}10 > \log_{\sqrt{5}}11$ (C) सत्य है।

चूंकि $\log_{\sqrt{5}}10 < \log_{\sqrt{5}}25$ $\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}10 < 4$ $\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}10 < \log_{\sqrt{3}}11$ (B) सत्य है।

8. P(x) is a polynomial with integral cofficient such that for four distinct integers a, b, c, d; P(a) = P(b) = P(c) = P(d) = 3.If P(e) = 5 (e is an integer), then e can't be
पूर्णांक गुणांको वाला, एक बहुपद P(x) इस प्रकार है कि चार भिन्न– भिन्न पूर्णांकों a, b, c, d के लिये P(a) = P(b) = P(c) = P(d) = 3. यदि P(e) = 5 (e एक पूर्णांक है), तो e नही हो सकता है।

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5

Sol. P(a) = P(b) = P(c) = P(d) = 3

$\Rightarrow$ P(x) = 3 has a, b, c, d as it roots

$\Rightarrow$ P(x) – 3 = (x – a)(x – b)(x – c)(x – d)Q(x) [$\because$ Q(x) has integral coefficient]

Given P(e) = 5, then

(e – a)(e – b)(e – c)(e – d)Q(e) = 2

This is possible only when at least three of the five integers (e – a), (e – b), (e – c), (e – d), Q(e) are equal to 1 or –1. Hence two of them will be equal, which is not possible. Since a, b, c, d are distinct integers, therefore P(e) = 5 is not possible.

Hindi. P(a) = P(b) = P(c) = P(d) = 3

$\Rightarrow$ P(x) = 3 has a, b, c, d as it roots

$\Rightarrow$ P(x) – 3 = (x – a)(x – b)(x – c)(x – d)Q(x) [$\because$ Q(x) has integral coefficient]

दिया गया है P(e) = 5, तब

(e – a)(e – b)(e – c)(e – d)Q(e) = 2

यह संभव है केवल जब पांच (e – a), (e – b), (e – c), (e – d), Q(e) मे से कमसे कम तीन बराबर 1 or –1. है अतः उनमें से कोई भी दो बराबर है। जो संभव नहीं है चूकि a, b, c, d विभिन्न पूर्णाक है इसलिए P(e) = 5 संभव नहीं है।

9. The value of $\dfrac{6a^{\ell nb}\log_{a^2}b\log_{b^2}a}{e^{(\ell na)(\ell nb)}}$ is

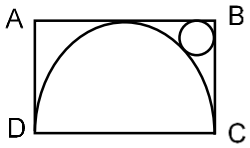
(A) independent of a (B) independent of b (C) dependent on a (D) dependent of b

$\dfrac{6a^{\ell nb}\log_{a^2}b\log_{b^2}a}{e^{(\ell na)(\ell nb)}}$ का मान है -

(A) a से स्वतंत्र (B) b से स्वतंत्र (C) a पर निर्भर (D) b पर निर्भर

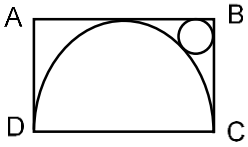
Sol. $\dfrac{6a^{\ell nb}\log_{a^2}b\log_{b^2}a}{e^{\ell na\,\ell nb}} = \dfrac{6.a^{\ell nb}.\frac{1}{2}\log_a b.\frac{1}{2}\log_b a}{a^{\ell nb}} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

10. The figure shows a rectangle ABCD with a semi-circle and a circle inscribed inside it as shown. What is the ratio of the area of the circle to that of the semi-circle?



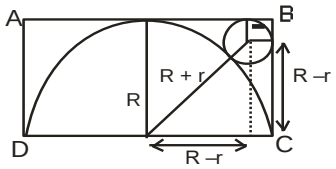
(A) $(\sqrt{2}-1)^2$ (B) $2(\sqrt{2}-1)^2$ (C) $(\sqrt{2}-1)^2/2$ (D) None of these

चित्र में आयत ABCD एक अर्द्धवृत्त तथा एक अन्तर्निहित वृत्त के साथ दर्शाया गया है। वृत्त तथा अर्द्धवृत्त के क्षेत्रफल का अनुपात है–



(A) $(\sqrt{2}-1)^2$ (B) $2(\sqrt{2}-1)^2$ (C) $(\sqrt{2}-1)^2/2$ (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $\therefore$ $R + r = \sqrt{2}(R - r)$



$\Rightarrow$ $r = \left(\sqrt{2}-1\right)\dfrac{R}{\left(\sqrt{2}+1\right)} = \left(\sqrt{2}-1\right)^2 R$

so ratio of area of circle to that of semi-circle is = $\pi r^2 : \dfrac{\pi R^2}{2} = 2(\sqrt{2}-1)^4$

अतः अर्द्धवृत्त तथा वृत्त के क्षेत्रफलों का अनुपात है = $\pi r^2 : \dfrac{\pi R^2}{2} = 2(\sqrt{2}-1)^4$

Resonance® Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS

DPP

DAILY PRACTICE PROBLEMS

NO. A10 TO A11

DPP No. # A10

1.	(B)	**2.**	(A)	**3.**	(B)	**4.**	(C)	**5.**	(D)	**6.**	(C)	**7.**	(C)
8.	(D)	**9.**	(B)	**10.**	(ACD)								

DPP No. # A11

1.	(B)	**2.**	(C)	**3.**	(D)	**4.**	(B)	**5.**	(D)	**6.**	(C)	**7.**	(B)
8.	(B)	**9.**	(D)	**10.**	(C)								

DPP No. # A10 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 31 **Max. Time : 30 min.**
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q. 1 to Q.9 **(3 marks 3 min.)** **[27, 27]**
Multiple choice objective ('-2' negative & Partial marking) Q.10 **(4 marks 3 min.)** **[04, 03]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

1. If product of the roots of the equation $3x^2 - 4x + (\log a^2 - \log(-a) + 3) = 0$ is 1, then 'a' is equal to
(A) not possible (B) – 1 (C) 1 (D) None of these
यदि समीकरण $3x^2 - 4x + (\log a^2 - \log(-a) + 3) = 0$ के मूलों का गुणनफल 1 हो, तो a =
(A) not possible (B) – 1 (C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $3x^2 - 4x + (\log a^2 - \log(-a) + 3) = 0$
$\log a^2 - \log(-a) + 3 = 3$
$\log a^2 - \log(-a) = 0$
$\log(-a) = 0$
$-a = 1 \Rightarrow a = -1$

2. The quadratic equation $x^2 - 9x + 3 = 0$ has roots α and β. If $x^2 - bx - c = 0$ has roots α^2 and β^2, then (b, c) is
द्विघात समीकरण $x^2 - 9x + 3 = 0$ के मूल α व β है। यदि $x^2 - bx - c = 0$ के मूल α^2 व β^2 हो, तो (b, c) है–
(A) (75, –9) (B) (–75, 9) (C) (– 87, 4) (D) (–87, 9)

Sol. $\alpha + \beta = 9$, $\alpha\beta = 3$
$\alpha^2 + \beta^2 = b$, $\alpha^2\beta^2 = -c$
$81 - 2 \times 3 = b$, $\Rightarrow 9 = -c$
$b = 75$, $c = -9$

3. If sum of the roots of the quadratic equation, $ax^2 + bx + c = 0$ is 12, then the sum of the roots of the equation, $a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c = 0$ is:
यदि द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूलों का योगफल 12 हो, तो समीकरण $a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c = 0$ के मूलों का योगफल है–
(A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 14

Sol. Let roots are माना मूल α, β है। तब $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 12$
Sum of roots of given equation are $\alpha - 1 + \beta - 1 = 12 - 2 = 10$
दी गई समीकरण के मूलों का योग $\alpha - 1 + \beta - 1 = 12 - 2 = 10$

4. If a, b, c are real numbers satisfying the condition $a + b + c = 0$ then the roots of the quadratic equation $3ax^2 + 5bx + 7c = 0$ are :
(A) positive (B) negative (C) real & distinct (D) imaginary
यदि a, b, c वास्तविक संख्याएं $a + b + c = 0$ को संतुष्ट करती हो, तो द्विघात समीकरण $3ax^2 + 5bx + 7c = 0$ के मूल है–
(A) धनात्मक (B) ऋणात्मक (C) वास्तविक एंव असमान (D) काल्पनिक

Sol. $D = 25b^2 - 84\,ac$
$25(-a - c)^2 - 84\,ac$
$25a^2 + 25c^2 + 50\,ac - 84\,ac$
$25a^2 + 25c^2 - 34\,ac$
$17a^2 - 34\,ac + 17c^2 + 8a^2 + 8c^2$
$= 17(a-c)^2 + 8a^2 + 8c^2$
> 0
$\therefore D > 0 \Rightarrow$ roots are real & distinct

5. The statement which gives the best description of location of the vertex of the quadratic trinomial $f(x) = ax^2 + bx + c$, with $a > 0$ and $b^2 - 4ac > 0$, is
(A) It will lie on the y-axis (B) It will lie below the x-axis, on the y-axis
(C) It will lie above the x-axis, on the y-axis (D) It will not lie on x-axis
द्विघात त्रिपद $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a > 0$ तथा $b^2 - 4ac > 0$ के शीर्ष की स्थिति का सही विश्लेषण जो कथन देता है वह है–
(A) यह y-अक्ष पर स्थित हैं। (B) यह x-अक्ष के नीचे, y-अक्ष पर हैं।
(C) यह x-अक्ष के ऊपर, y-अक्ष पर हैं। (D) यह x-अक्ष पर स्थित नही होगा।

Sol. Quadratic trinomial $ax^2 + bx + c$ with $a > 0$
and $b^2 - 4ac > 0$ that means it has two roots therefore it cuts the axis.
cutting the x-axis ensures that vertex will not lie on x-axis

6. If $a + b + c = 0$ and $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, then the value of $a^4 + b^4 + c^4$ is
यदि $a + b + c = 0$ एवं $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ हो, तो $a^4 + b^4 + c^4$ का मान है–
(A) 1 (B) 4 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

Sol. $(a + b + c)^2 = 0$
$\Rightarrow 1 + 2(ab + bc + ca) = 0$
$\Rightarrow ab + bc + ca = -1/2$
Now अब $(ab + bc + ca)^2 = 1/4$
$a^2 b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c) = \frac{1}{4}$
Now पुनः $(a^2 + b^2 + c^2)^2 = a^4 + b^4 + c^4 + 2\ \frac{1}{4}$
Now पुनः $(a^2 + b^2 + c^2)^2 = a^4 + b^4 + c^4 + 2\left(\frac{1}{4}\right)$
$\Rightarrow 1 - \frac{1}{2} = a^4 + b^4 + c^4$

7. If A & B are two rational numbers and AB, A + B and A – B are rational numbers, then A/B is :
(A) always rational (B) never rational
(C) rational when $B \neq 0$ (D) rational when $A \neq 0$
यदि A व B दो परिमेय संख्याएँ है तथा AB, A + B एवं A – B परिमेय संख्याएँ हो, तो A/B होगा–
(A) सदैव परिमेय (B) कभी भी परिमेय नहीं
(C) परिमेय जब $B \neq 0$ (D) परिमेय जब $A \neq 0$

Sol. Since if B = 0
then $\frac{A}{B}$ is not defined.

Hindi चूँकि B = 0 होने पर $\frac{A}{B}$ परिभाषित नहीं होगा।

8. If $\ell n^2 x + 3\ \ell n\, x - 4$ is non negative, then x must lie in the interval :
(A) $[e, \infty)$ (B) $(-\infty, e^{-4}) \cup [e, \infty)$ (C) $(1/e, e)$ (D) None of these
यदि $\ell n^2 x + 3\ \ell n\, x - 4$ अऋणात्मक हो, तो x किस अन्तराल में स्थित है–
(A) $[e, \infty)$ (B) $(-\infty, e^{-4}) \cup [e, \infty)$
(C) $(1/e, e)$ (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $(\ell nx)^2 + 3\ell nx - 4 \geq 0$
$(\ell nx + 4)(\ell nx - 1) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \ell nx \leq -4$ or या $\ell nx \geq 1$
so इसलिए $x \leq e^{-4}$ or या $x \geq e^1 \quad \Rightarrow \quad x \in (-\infty, e^{-4}] \cup [e, \infty)$

9. Complete solution set of inequality $\frac{(\pi^x - 7^x)\log_{10}(x-4)}{(x^2-9x+18)(x^2-x)} < 0$ is

असमिका $\frac{(\pi^x - 7^x)\log_{10}(x-4)}{(x^2-9x+18)(x^2-x)} < 0$ का पूर्ण हल समुच्चय है–

(A) $x \in R - \{0,1,3,6\}$ (B) $x \in (4, 5) \cup (6, \infty)$

(C) $x \in (5, 6)$ (D) $x \in (4, \infty)$

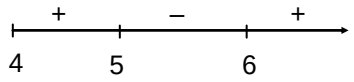
Sol. $\frac{(\pi^x - 7^x)\log_{10}(x-4)}{(x^2-9x+18)(x^2-x)} < 0$

$= \frac{(\pi^x - 7^x)\log_{10}(x-4)}{x(x-3)(x-6)(x-1)} < 0$

domain $x \in (4, 6) \cup (6, \infty)$

$\because \quad \pi^x - 7^x < 0, \; x(x-3)(x-1) > 0$

$\Rightarrow \quad \frac{\log_{10}(x-4)}{x-6} > 1$



$\Rightarrow \quad x \in (4, 5) \cup (6, \infty)$

10. If α and β ($\alpha < \beta$) are values of a for which equation $x^2 - x(1-a) - (a+2) = 0$ has integral roots, then

यदि α तथा β ($\alpha < \beta$) a के वो मान है जिनके लिए समीकरण $x^2 - x(1-a) - (a+2) = 0$ के मूल पूर्णांक हैं, तो–

(A) $|\alpha - \beta| = 2$ (B) $\alpha^2 + \beta^2 = 9$ (C) $\alpha^2 + \beta^2 = 4$ (D) $\alpha^2 - \beta^2 = 4$

Sol. $D = (1-a)^2 + 4(a+2) = a^2 + 2a + 9$

$= (a+1)^2 + 8 = \alpha^2$ (let) where a is an integer जहाँ a पूर्णांक है।

$\Rightarrow \alpha^2 - (a+1)^2 = 8$

$\Rightarrow (\alpha - a - 1)(\alpha + a + 1) = 8$

Case- I स्थिति- I $\alpha - a - 1 = 4$ and और $\alpha + a + 1 = 2 \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow a = -2, 0$

Case- II स्थिति- II $\alpha - a - 1 = 2$ and और $\alpha + a + 1 = 4 \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow a = -2, 0$

Case- III स्थिति- III $\alpha - a - 1 = -4$ and और $\alpha + a + 1 = -2 \Rightarrow \alpha = -3 \Rightarrow a = -2, 0$

Case- IV स्थिति- IV $\alpha - a - 1 = -2$ and और $\alpha + a + 1 = -4 \Rightarrow \alpha = -3 \Rightarrow a = -2, 0$

Case- V स्थिति- V $\alpha - a - 1 = 8$ and और $\alpha + a + 1 = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{9}{2}$ not possible since α is integer

संभव नहीं है क्योंकि α पूर्णांक है।

Case- VI स्थिति- VI $\alpha - a - 1 = 1$ and और $\alpha + a + 1 = 8 \Rightarrow \alpha = \frac{9}{2}$ not possible since α is integer

संभव नहीं है क्योंकि α पूर्णांक है।

Case- VII स्थिति- VII $\alpha - a - 1 = -8$ and और $\alpha + a + 1 = -1 \Rightarrow \alpha = -\frac{9}{2}$

not possible since α is integer संभव नहीं है क्योंकि α पूर्णांक है।

Case- VIII स्थिति- VIII $\alpha - a - 1 = -1$ and और $\alpha + a + 1 = -8 \Rightarrow \alpha = -\frac{9}{2}$

not possible since α is integer संभव नहीं है क्योंकि α पूर्णांक है।

DPP No. # A11 (JEE–MAIN)

Total Marks : 30 **Max. Time : 30 min.**
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q. 1 to Q.10 **(3 marks 3 min.)** **[30, 30]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

1. If $-3 + 5i$ is a root of the equation $x^2 + px + q = 0$, then the ordered pair (p, q) is ($p, q \in R$)
यदि $-3 + 5i$ समीकरण $x^2 + px + q = 0$ का एक मूल है, तो क्रमित युग्म (p, q) है, ($p, q \in R$)
(A) (– 6, 34) (B) (6, 34) (C) (34, – 6) (D) (34, 6)

Sol. $-3 + 5i + (-3 - 5i) = -p$
$p = 6 \Rightarrow$ and $(-3 + 5i)(-3 - 5i) = q \Rightarrow q = 34$

2. If α, β be the roots of the equation $(x - a)(x - b) + c = 0$ ($c \neq 0$), then the roots of the equation $(x - c - \alpha)(x - c - \beta) = c$ are
(A) a and b + c (B) a + b and b (C) a + c and b + c (D) a – c and b – c
यदि α, β समीकरण $(x - a)(x - b) + c = 0$ ($c \neq 0$) के मूल हो, तो समीकरण $(x - c - \alpha)(x - c - \beta) = c$ के मूल होंगे –
(A) a तथा b + c (B) a + b तथा b (C) a + c तथा b + c (D) a – c तथा b – c

Sol. $(x - a)(x - b) + c = \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$
$(x - c - \alpha)(x - c - \beta) = c$
Let (माना) $x - c = t$
$(t - \alpha)(t - \beta) = c$
$t^2 - (\alpha + \beta)t + \alpha\beta = c$
$t^2 - (a + b)t + ab = 0$
roots are a & b मूल a एवं b है।
$x - c = a$, $x - c = b$
$a + c$, $b + c$

3. Number of non-negative integral values of 'k' for which roots of the equation $x^2 + 6x + k = 0$ are rational is-
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
'k' के अऋणात्मक पूर्णांकीय मानों की संख्या जिनके लिए समीकरण $x^2 + 6x + k = 0$ के मूल परिमेय हैं,है–
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. $\alpha, \beta = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 - 4k}}{2}$; $\alpha, \beta = -3 \pm \sqrt{9 - k}$
$k \leq 9$ and तथा
$\sqrt{9 - k}$ should be perfect square पूर्ण वर्ग होना चाहिए
k = 0, 5, 8, 9
so इसलिए 4 possible values. संभावित मान है।

4. If $P(x) = ax^2 + bx + c$ and $Q(x) = -ax^2 + dx + c$, $ac \neq 0$, then the equation $P(x) . Q(x) = 0$ has
(A) Exactly two real roots (B) Atleast two real roots
(C) Exactly four real roots (D) No real roots
यदि $P(x) = ax^2 + bx + c$ और $Q(x) = -ax^2 + dx + c$, $ac \neq 0$ हो, तो समीकरण $P(x) . Q(x) = 0$ रखती है–
(A) ठीक दो वास्तविक मूल (B) कम से कम दो वास्तविक मूल
(C) ठीक चार वास्तविक मूल (D) कोई वास्तविक मूल नहीं

Sol. $D_1 = b^2 - 4ac$
$D_2 = d^2 + 4ac$
ac is either +ve or negative so at least one of D_1 & D_2 is +ve so atleast two real roots.
ac या तो धनात्मक होगा या ऋणात्मक अतः D_1 तथा D_2 में से कम से कम एक धनात्मक होगा अतः कम से कम दो मूल वास्तविक होगें।

5. If x_1, x_2 & x_3 are three distinct numbers which satisfy the relation
$(a-1)x^2 + (a^2 - 4a + 3)x + (a^2 + a - 2) = 0$ then
(A) $a = -1$ (B) $a = -2$ (C) $a = 3$ (D) None of these
यदि x_1, x_2 तथा x_3 तीन भिन्न–भिन्न संख्याएँ है जो कि निम्न सम्बन्ध को संतुष्ट करती है
$(a-1)x^2 + (a^2 - 4a + 3)x + (a^2 + a - 2) = 0$ तब–
(A) $a = -1$ (B) $a = -2$ (C) $a = 3$ (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $a-1 = 0$ and और $a^2 - 4a + 3 = 0$ and और $a^2 + a - 2 = 0$
$a = 1, a = 1, 3, \ a = -2, 1$ so अतः $a = 1$

6. If α, β are the roots of $x^2 - a(x-1) + b = 0$, then the value of $\frac{1}{\alpha^2 - a\alpha} + \frac{1}{\beta^2 - a\beta} + \frac{2}{a+b}$
यदि $x^2 - a(x-1) + b = 0$ के मूल α, β हो, तो $\frac{1}{\alpha^2 - a\alpha} + \frac{1}{\beta^2 - a\beta} + \frac{2}{a+b}$ का मान है–
(A) $\frac{4}{a+b}$ (B) $\frac{1}{a+b}$ (C) 0 (D) –1

Sol. As a , b are roots of the given equation, therefore,
$\alpha^2 - a(\alpha - 1) + b = 0$
$\beta^2 - a(\beta - 1) + b = 0$
$\Rightarrow$ $\alpha^2 - a\alpha = -(a+b)$ and $\beta^2 - a\beta = -(a+b)$.
Hence $\frac{1}{\alpha^2 - a\alpha} + \frac{1}{\beta^2 - a\beta} + \frac{2}{a+b} = \frac{1}{-(a+b)} + \frac{1}{-(a+b)} + \frac{2}{a+b} = 0.$

Hindi जैसे कि a , b दी गई समीकरण के मूल हैं इसलिए
$\alpha^2 - a(\alpha - 1) + b = 0$
$\beta^2 - a(\beta - 1) + b = 0$ $\Rightarrow$ $\alpha^2 - a\alpha = -(a+b)$
तथा $\beta^2 - a\beta = -(a+b)$ इस प्रकार $\frac{1}{\alpha^2 - a\alpha} + \frac{1}{\beta^2 - a\beta} + \frac{2}{a+b} = \frac{1}{-(a+b)} + \frac{1}{-(a+b)} + \frac{2}{a+b} = 0$

7. Find the value of ' k ' for which the following set of quadratic equations has exactly one common root, $x^2 - kx + 10 = 0$ and $x^2 + kx - 18 = 0$.
यदि समीकरणों $x^2 - kx + 10 = 0$ और $x^2 + kx - 18 = 0$ में ठीक एक मूल उभयनिष्ठ हो, तो k =
(A) ± 3 (B) ± 7 (C) ± 9 (D) ± 11

Sol. $x^2 - kx + 10 = 0$; $x^2 + kx - 18 = 0$; $-2kx = -28$; $x = \frac{14}{k}$
$\left(\frac{14}{k}\right)^2 - k.\frac{14}{k} + 10 = 0$ $\Rightarrow$ $196 - 14k^2 + 10k^2 = 0$ $\Rightarrow$ $k = \pm 7$

8. a, b, c are reals such that $a + b + c = 3$ and $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{10}{3}$.
The value of $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ is
a, b, c वास्तविक संख्याऐं इस प्रकार है कि $a + b + c = 3$ और $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{10}{3}$ हो तब $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ का मान ज्ञात कीजिए।
(A) 9 (B) 7 (C) 5 (D) 3

Sol. $a + b + c = 3$
$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{10}{3}$
$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$

$= \frac{a+(b+c)-(b+c)}{b+c} + \frac{(a+c)+b-(a+c)}{c+a} + \frac{(a+b)-(a+b)+c}{a+b}$

$= 3\left[\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+b}\right] - 3$

$= 7$

9. The multiplication of a rational number ' x ' and an irrational number ' y ' is :

(A) always rational (B) rational except when $y = \pi$

(C) always irrational (D) irrational except when $x = 0$

एक परिमेय संख्या 'x' तथा एक अपरिमेय संख्या 'y' का गुणनफल –

(A) सदैव परिमेय होता है। (B) परिमेय होता है, केवल $y = \pi$ पर छोड़कर

(C) सदैव अपरिमेय होता है। (D) अपरिमेय होता है, केवल $x = 0$ पर छोड़कर

Sol. For if $x = 0$
then $xy = 0$
which is rational.

Hindi. यदि $x = 0$ हो, तो $xy = 0$ जो एक परिमेय संख्या है।

10. The number of positive integral solutions of , $\frac{x^2(4-3x)^3(x-2)^4}{(x-5)^5.(2x-7)^6} \geq 0$ is :

$\frac{x^2(4-3x)^3(x-2)^4}{(x-5)^5.(2x-7)^6} \geq 0$ के धनात्मक पूर्णांक हलों की संख्या है–

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. $\frac{x^2(3x-4)^3(x-2)^4}{(x-5)^5(2x-7)^6} \leq 0$

$x \in \left[\frac{4}{3}, \frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}, 5\right) \cup \{0\}$

Resonance®
Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS
DPP
DAILY PRACTICE PROBLEMS
NO. A12 TO A13

DPP No. # A12

1.	(C)	**2.**	(D)	**3.**	(C)	**4.**	(ABC)	**5.**	(B)	**6.**	0
7.	x = –9, 0, –24, 15			**8.**	(AC)	**9.**	$\left[-7, -\sqrt{35}\right) \cup \left[5, \sqrt{35}\right)$			**10.**	(–1, 2)

DPP No. # A13

1.	(A)	**2.**	(D)	**3.**	(D)	**4.**	(B)	**5.**	(D)	**6.**	(C)	**7.**	(B)
8.	(BC)	**9.**	11	**10.**	(AD)								

DPP No. # A12 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 33		**Max. Time : 30 min.**
Comprehension ('–1' negative marking) Q. 1 to Q.2	**(3 marks 3 min.)**	**[06, 06]**
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q. 3	**(3 marks 3 min.)**	**[03, 03]**
Multiple choice objective ('-2' negative & Partial marking) Q.4 to Q.5,8	**(4 marks 3 min.)**	**[12, 09]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.6 to Q.7, 9,10	**(3 marks 3 min.)**	**[12, 12]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Comprehension # 1 (Q.1 to Q.2)

If $\frac{u}{\alpha} = \frac{v}{\beta} =$ then $\frac{u}{\alpha} = \frac{v}{\beta} = \left(\frac{au^n + bv^n}{a\alpha^n + b\beta^n}\right)^{\frac{1}{n}}$

यदि $\frac{u}{\alpha} = \frac{v}{\beta} =$ हो, तो $\frac{u}{\alpha} = \frac{v}{\beta} = \left(\frac{au^n + bv^n}{a\alpha^n + b\beta^n}\right)^{\frac{1}{n}}$

1. If $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$, then $\left(\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}\right)^{\frac{1}{2}} =$ [JA00_M1_18]

यदि $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$, हो, तो $\left(\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}\right)^{\frac{1}{2}} =$

(A) $\frac{b}{a}$ (B) $\frac{a-b}{c-d}$ (C) $\frac{c}{d}$ (D) $\frac{c-d}{c+d}$

Sol. Given दिया गया है कि $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d} = \frac{a-(a-c)}{b-(b-d)} = \frac{c}{d}$ $\therefore$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \left(\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

2. If ratio of the work done by n men in (n + 2) days is to the work done by n + 3 men in n days is $(n^2 + 2n + 9) : (n^2 + 3n + 10)$, then n is equal to [JA00_M1_18]

यदि (n + 2) दिनों में n व्यक्तियों द्वारा किए गए कार्य एवं n दिनों में (n + 3) व्यक्तियों द्वारा किये गये कार्य का अनुपात $(n^2 + 2n + 9) : (n^2 + 3n + 10)$ हो, तो n का मान है–

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7

Sol. According to given condition we have दी गई शर्त के अनुसार

$\frac{n.(n+2)}{n.(n+3)} = \frac{n^2+2n+9}{n^2+3n+10}$ $\Rightarrow \frac{n.(n+2)}{n.(n+3)} = \frac{n^2+2n+9}{n^2+3n+10} = \frac{n^2+2n-n^2-2n-9}{n^2+3n-n^2-3n-10}$

$\Rightarrow \frac{n+2}{n+3} = \frac{9}{10}$ $\Rightarrow$ 10 n + 20 = 9n + 27 $\Rightarrow$ n = 7

3. If complete solution set of the inequality $(x^2 + x - 2)(x^2 + x - 16) + 40 \geq 0$ is $x \in (-\infty, -4] \cup [a, b] \cup [c, \infty)$ then value of a + b + c is equal to

असमिका $(x^2 + x - 2)(x^2 + x - 16) + 40 \geq 0$ का पूर्ण हल समुच्चय $x \in (-\infty, -4] \cup [a, b] \cup [c, \infty)$ है, तो a + b + c का मान बराबर होगा–

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Sol. Letमाना $x^2 + x - 2 = t$

$t^2 - 14t + 40 \geq 0$

$(t - 4)(t - 10) \geq 0$

$t \leq 4$ or या $t \geq 10$

$x^2 + x - 2 \le 4$ | $x^2 + x - 2 \ge 10$
$x^2 + x - 6 \le 0$ | $x^2 + x - 12 \ge 0$
$(x + 3)(x - 2) \le 0$ | $(x + 4)(x - 3) \ge 0$
$x \in [-3, 2]$ | $x \in (-\infty, -4] \cup [3, \infty)$

$x \in (-\infty, -4] \cup [-3, 2] \cup [3, \infty)$

4. Equation $(x + 2)(x + 3)(x + 8)(x + 12) = 4x^2$ has
(A) four real & distinct roots (B) two irrational roots
(C) two integer roots (D) two imaginary roots
समीकरण $(x + 2)(x + 3)(x + 8)(x + 12) = 4x^2$ के है–
(A) चार भिन्न – भिन्न और वास्तविक मूल (B) दो अपरिमेय मूल
(C) दो पूर्णांक मूल (D) दो काल्पनिक मूल

Sol. $(x+2)(x+3)(x+8)(x+12) = 4x^2$
$(x^2 + 14x + 24)(x^2 + 11x + 24) = 4x^2$

$$\left(x+14+\frac{24}{x}\right)\left(x+11+\frac{24}{x}\right) = 4$$

$$\left(x+\frac{24}{x}\right)^2 + 25\left(x+\frac{24}{x}\right) + 154 = 4$$

$$\left(x+\frac{24}{x}\right)^2 + 25\left(x+\frac{24}{x}\right) + 150 = 0$$

$$\left(x+\frac{24}{x}+15\right)\left(x+\frac{24}{x}+10\right) = 0$$

$(x^2 + 15x + 24)(x^2 + 10x + 24) = 0$
$(x^2 + 15x + 24)(x+4)(x+6) = 0$
$D = 225 - 96$, $x = -4, -6$
>0 but not P.S so real & irrational roots

5. If the ratio of the roots of the equation , $a x^2 + b x + c = 0$ is λ, then $\frac{(\lambda+1)^2}{\lambda}$ is equal to

यदि समीकरण $ax^2 + b x + c = 0$ के मूलों का अनुपात λ, है तो $\frac{(\lambda+1)^2}{\lambda}$ =

(A) $\frac{b}{a\ c}$ (B) $\frac{b^2}{a\ c}$ (C) $\frac{a\ c}{b^2}$ (D) $\frac{a\ c}{b}$

Sol. $\frac{\alpha}{\beta} = \lambda \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + 1 = \lambda + 1 \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \lambda + 1 \Rightarrow \alpha + \beta = -b/a \Rightarrow \alpha\beta = c/a$

given (दिया है) $\frac{(\lambda+1)^2}{\lambda} \Rightarrow \frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{b^2}{ac}$. **Ans.**

6. If α, β, γ are roots of $2x^3 + x^2 + 2x - 1 = 0$, then find the value of $\frac{\alpha-1}{\alpha+1} + \frac{\beta-1}{\beta+1} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$.

यदि α, β, γ समीकरण $2x^3 + x^2 + 2x - 1 = 0$ के मूल है तब $\frac{\alpha-1}{\alpha+1} + \frac{\beta-1}{\beta+1} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$ का मान है–

Ans. 0

Sol. $2x^3 + x^2 + 2x - 1 = 0$ α, β, γ

$$\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1} + \frac{\beta-1}{\beta+1} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) = ?$$

Put रखने पर $2x^3 + x^2 + 2x - 1 = 0$

$$\frac{\alpha-1}{\alpha+1} = y \qquad \Rightarrow \alpha - 1 = y\alpha + y$$

$$\alpha(1-y) = y + 1 \Rightarrow \alpha = \frac{(y+1)}{(1-y)}$$

$$2\left(\frac{y+1}{1-y}\right)^3 + \left(\frac{y+1}{1-y}\right)^2 + 2\left(\frac{y+1}{1-y}\right) - 1 = 0$$

$\Rightarrow$ $2(y+1)^3 + (y+1)^2(1-y) + 2(y+1)(1-y)^2 - (1-y)^3 = 0$

$\Rightarrow$ $2(y^3 + 1 + 3y + 3y^2) + (y^2 + 2y + 1)(1-y) + 2(y+1)(y^2 - 2y + 1) - (1 - y^3 - 3y(1-y)] = 0$

$\Rightarrow$ $2y^3 + 2 + 6y + 6y^2 + y2 + 2y + 1 - y^3 - 2y^2 - y + 2y^3 - 2y^2 - 2y + 2 - 1 + y^3 + 3y - 3y^2 = 0$

$\Rightarrow$ $4y^3 + 0.y^2 + 8y + 4 = 0$

$$\frac{\alpha-1}{\alpha+1} \qquad \frac{\beta-1}{\beta+1} \qquad \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$$

$$\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right) + \left(\frac{\beta-1}{\beta+1}\right) + \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) = 0$$

7. Find integral values of x for which $x^2 + 9x + 1$ is a perfect square of an integer.
x के पूर्णांक मान ज्ञात कीजिए जबकि $x^2 + 9x + 1$ एक पूर्णांक का पूर्ण वर्ग है।

Ans. x = –9, 0, –24, 15

Sol. $x^2 + 9x + 1 = I^2$ where $I \in$ integer

$I = \sqrt{x^2 + 9x + 1}$

Integer integer

x is also an integer

if $I = 0 \Rightarrow x^2 + 9x + 1 = 0$ No integral solutions

if $I = 1 \Rightarrow x^2 + 9x + 1 = 1$ $\therefore$ x = 0 or x = – 9

$x^2 + 9x = 0$

x = 0, x = – 9

Hindi. $x^2 + 9x + 1 = I^2$ जहां $I \in$ पूर्णांक है।

$I = \sqrt{x^2 + 9x + 1}$

पूर्णांक पूर्णांक

x भी एक पूर्णांक है।

यदि $I = 0$ $\Rightarrow x^2 + 9x + 1 = 0$ कोई पूर्णांक हल नहीं

यदि $I = 1$ $\Rightarrow x^2 + 9x + 1 = 1$ $\therefore$ x = 0 or x = – 9

$x^2 + 9x = 0$

x = 0, x = – 9

8. If the remainder R(x) = ax + b is obtained by dividing the polynomial x^{100} by the polynomial $x^2 - 3x + 2$ then
यदि बहुपद x^{100} को $x^2 - 3x + 2$ से विभाजित करने पर शेषफल R(x) = ax + b है तब

(A) $a = 2^{100} - 1$ (B) $b = 2(2^{99} - 1)$ (C) $b = -2(2^{99} - 1)$ (D) $a = 2^{100}$

Sol. $x^{100} = Q(x) . (x - 1)(x - 2) + (ax + b)$

Solve to get a and b.

a और b को हल करने पर

9. Solve हल कीजिए: $\log_{1/4}\left(\frac{35 - x^2}{x}\right) \geq -\frac{1}{2}$

Ans. $\left[-7, \ -\sqrt{35}\right) \cup \left[5, \ \sqrt{35}\right)$

Sol. $\frac{35-x^2}{x} \le 2$

$\frac{35-x^2-2x}{x} \le 0$

$\frac{x^2+2x-35}{x} \le 0$

$+ \quad + \quad -7 \quad \sqrt{3} \quad 5 \quad \sqrt{5}$

10. Solve हल कीजिए: $(0.5)^{\log_{1/3}\frac{x+5}{x^2+3}} > 1$

Ans. (–1, 2)

Sol. $\log_3 \frac{x+5}{x^2+3} < 0$

$\frac{x+5}{x^2+3}$

DPP No. # A13 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 32		**Max. Time : 30 min.**
Comprehension ('–1' negative marking) Q. 1 to Q.2	**(3 marks 3 min.)**	**[06, 06]**
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q. 3 to Q.7	**(3 marks 3 min.)**	**[15, 15]**
Multiple choice objective ('-2' negative & Partial marking) Q.8, 10	**(4 marks 3 min.)**	**[08, 06]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.9	**(3 marks 3 min.)**	**[03, 03]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Comprehension # 1 (Q. No. 1 to 2)

अनुच्छेद # 1 (Q. No. 1 to 2)

Let $f(x) = ax^2 + bx + c$ where $a,b,c \in R$ and $a \neq 0$. It is given that $f(5) = -3f(2)$ and 3 is a root of $f(x) = 0$.

माना $f(x) = ax^2 + bx + c$ जहाँ $a,b,c \in R$ और $a \neq 0$. दिया गया है कि $f(5) = -3f(2)$ और 3 समीकरण $f(x) = 0$ का एक मूल है।

1. The other root of f(x) = 0 is

(A) – 4 (B) 2 (C) 6 (D) cannot be determined

f(x) = 0 का दूसरा मूल है–

(A) – 4 (B) 2 (C) 6 (D) ज्ञात नहीं किया जा सकता

2. The value of (a + b + c) is

(A) 9 (B) 14

(C) 13 (D) cannot be uniquely determined

(a + b + c) का मान है–

(A) 9 (B) 14

(C) 13 (D) अद्वितीय रूप में प्राप्त नहीं किया जा सकता है।

Sol. $\because f(x) = ax^2 + bx + c = 0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$

$\because f(3) = 0 \Rightarrow 9a + 3b + c = 0$ .....(1)

and और $f(5) = -3f(2)$

$\therefore\ 25a + 5b + c = -3(4a + 2b + c)$

$\Rightarrow\ 37a + 11b + 4c = 0$ ..... (2)

by (1) से $36a + 12b + 4c = 0$ .....(3)

(2) – (3)

$\Rightarrow\ a - b = 0\ \Rightarrow\ a = b$

$\because\ \alpha + \beta = -\dfrac{b}{a} = -1$ as $a = b$

$\therefore\ ax^2 + bx + c = a(x - 3)(x + 4)$

put $x = 1$ रखने पर

$\therefore\ a + b + c = a(-2)(5)$

$= -10a$

i.e. cannot be determined uniquely. अद्वितीयता ज्ञात नहीं किया जा सकता

3. The smallest value of $x^2 - 3x + 3$ in the interval $\left[-3,\ \dfrac{3}{2}\right]$ is

अन्तराल $\left[-3,\ \dfrac{3}{2}\right]$ में, $x^2 - 3x + 3$ का न्यूनतम मान है–

(A) – 20 (B) – 15 (C) 5 (D) 3/4

Sol. $y = x^2 - 3 + 3$ $x \in \left[-3,\ \dfrac{3}{2}\right]$

$f(-3) = 21$

$f\left[\dfrac{3}{2}\right] = \dfrac{9}{4} - \dfrac{9}{2} + 3 = \dfrac{-9}{4} + 3 = \dfrac{3}{4}$ (min)

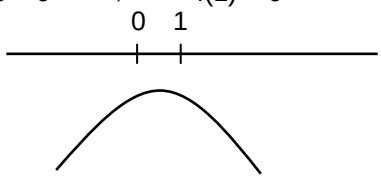
4. Given that $ax^2 + bx + c = 0$ has no real roots and $a + b + c < 0$, then –

दिया गया है कि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के वास्तविक मूल नहीं है तथा $a + b + c < 0$ तो–

(A) $c \neq 0$ (B) $c < 0$ (C) $c > 0$ (D) $c = 0$

Sol. $ax^2 + bx + c = 0$ has no real root

$a + b + c < 0 \Rightarrow f(1) < 0$



1) $f(0) < 0$

$c < 0$

5. The least integral value of 'm' for which the expression $mx^2 - 4x + 3m + 1$ is positive for every $x \in R$ is :

m का न्यूनतम पूर्णांक मान, जिसके लिए व्यंजक $mx^2 - 4x + 3m + 1$, $\forall x \in R$ के लिए धनात्मक है, है–

(A) 1 (B) – 2 (C) – 1 (D) 2

Sol. $\therefore\ m > 0$

and तथा $D < 0$

$16 - 4m(3m + 1) < 0$

$4 - m(3m + 1) < 0$

$3m^2 + m - 4 > 0$

$(3m + 4)(m - 1) > 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty,\ \dfrac{-4}{3}\right) \cup (1, \infty)$

But लेकिन $m > 0$ $\therefore\ m \in (1, \infty)$

Least integral value = 2

न्यूनतम पूर्णांकीय मान = 2

6. The value of 'a' for which the sum of the squares of the roots of the equation $x^2 - (a - 2)x - a - 1 = 0$ assumes the least value is

'a' का वह मान, जिनके लिये समीकरण $x^2 - (a - 2)x - a - 1 = 0$ के मूलों के वर्गों का योगफल न्यूनतम हो, है–

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0.

Sol. Let α, β be the roots, then

$\alpha + \beta = a - 2$ and $\alpha\beta = -(a + 1)$

Now $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (a - 2)^2 + 2(a + 1)$

$= a^2 - 2a + 6 = (a - 1)^2 + 5$

Which is least when $a - 1 = 0$ i.e. when $a = 1$.

Hindi. माना α, β मूल है, तो

$\alpha + \beta = a - 2$ तथा $\alpha\beta = -(a + 1)$

अब $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (a - 2)^2 + 2(a + 1)$

$= a^2 - 2a + 6 = (a - 1)^2 + 5.$

जोकि न्यूनतम है जबकि $a - 1 = 0$ अर्थात् जब $a = 1$

7. The cubic polynomial P(x) satisfies the condition that $(x - 1)^2$ is a factor of P(x) + 2, and $(x + 1)^2$ is a factor of P(x) – 2.Then P(3) equals.

एक त्रिघातीय बहुपद P(x) इस प्रकार है कि $(x - 1)^2$, P(x) + 2 का एक गुणनखण्ड है तथा $(x + 1)^2$, P(x) – 2 का एक गुणनखण्ड है, तब P(3) का मान है–

(A) 27 (B) 18 (C) 12 (D) 6

Sol. $P(x) + 2 = (ax + b)(x - 1)^2$ ...(i)

$P(x) - 2 = (cx + d)(x + 1)^2$ ...(ii)

equating P(x) from (i) and (ii) and comparing coefficients of all powers of 'x'

(i) तथा (ii) से P(x) के मानों को बराबर कर सभी x की समान घातों के गुणांकों की तुलना करने पर

$(ax + b)(x^2 - 2x + 1) - 2 = (cx + d)(x^2 + 2x + 1) + 2$

coeff. of x^3 : $a = c$

x^3 का गुणांक : $a = c$

coeff. of x^2 : $-2a + b = 2c + d$ ....(ii)

x^2 का गुणांक : $-2a + b = 2c + d$ ....(ii)

coeff. of x : $a - 2b = 2d + c$ ....(iii)

x का गुणांक : $a - 2b = 2d + c$ ....(iii)

const (अचर पद) : $b - 2 = d + 2 \Rightarrow b = d + 4$ ...(iv)

by (iii) and (iv) $-2b = 2d$ ($\because a = c$)

(iii) एवं (iv) से $-2b = 2d$ ($\because a = c$)

and, $b = 2$, $d = -2$ and by (i), $a = c = 1$

तथा, $b = 2$, $d = -2$ तथा (i) से, $a = c = 1$

$\therefore$ $P(x) = (x + 2)(x^2 - 2x + 1) - 2$ ...(i)

so अतः, $P(3) = 5(9 - 6 + 1) - 2 = 18$

8. If quadratic equation $x^2 + 2(a + 2b)x + (2a + b - 1) = 0$ has unequal real roots for all $b \in R$ then the possible values of a can be equal to

यदि b के सभी वास्तविक मानों के लिए द्विघात समीकरण $x^2 + 2(a + 2b)x + (2a + b - 1) = 0$ के मूल वास्तविक एवं भिन्न–भिन्न है, तो a के संभावित मान है–

(A) 5 (B) – 1 (C) – 10 (D) 3

Sol. $x^2 + 2(a + 2b)x + (2a + b - 1) = 0$

$D > 0$ $4(a + 2b)^2 - 4(2a + b - 1) > 0$

$a^2 + 4b^2 + 4ab - 8a - 4b + 4 > 0$

$4b^2 + b(4a - 4) + (a^2 - 8a + 4) > 0$ ...(ii)

$b \in R$ so if equation (ii) is quadratic in b then it's $D < 0$

$b \in R$ इसलिए समीकरण (ii) b में द्विघात समी. है तब $D < 0$

$16(a-1)^2 - 16(a^2 - 8a + 4) < 0$

$a^2 - 2a + 1 - a^2 + 8a - 4 < 0$

$6a - 3 < 0$

$a < 1/2$

9. If $x \in R$, then range of $\frac{x-2}{x^2-x+2}$ is $[\lambda, \mu]$. Find the value of $10|\lambda| + 7|\mu|$.

यदि $x \in R$, तब $\frac{x-2}{x^2-x+2}$ का परिसर $[\lambda, \mu]$ है। $10|\lambda| + 7|\mu|$ का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. **11**

Sol. $x^2(y) - xy + 2y = x - 2$

$yx^2 - x(y+1) + 2y + 2 = 0$

$(y+1)^2 - 4.y\,2(y+1) \geq 0$

$(y+1)(y+1-8y) \geq 0$

$(y+1)(1-7y) \geq 0$

$(7y-1)(y+1) \leq 0$

$y \in \left[-1, \frac{1}{7}\right]$

10. If $\log_x (2+x) \leq \log_x (6-x)$ then x can be

(A) (1, 2] (B) (0, 1) ∪ (1, 2] (C) (0, 1) ∪ [2, 6) (D) (3/2, 2]

यदि $\log_x (2+x) \leq \log_x (6-x)$ हो तो x हो सकता है–

(A) (1, 2] (B) (0, 1) ∪ (1, 2] (C) (0, 1) ∪ [2, 6) (D) (3/2, 2]

Sol. **स्थिति Case-I** When जब $0 < x < 1$

then तब $2 + x \geq 6 - x \Rightarrow 2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$

and तथा $2 + x > 0 \Rightarrow x > -2$

and तथा $6 - x > 0 \Rightarrow 6 > x$ $x \in \phi$

स्थिति Case-II When जब $x > 1$ then तब $x + 2 \leq 6 - x \Rightarrow 2x \leq 4$

$x \leq 2$ and तथा $x > -2, x < 6 \Rightarrow x \in (1, 2]$

Resonance® Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS DPP DAILY PRACTICE PROBLEMS

NO. A14 TO A15

DPP No. # A14

1.	(C)	**2.**	(C)	**3.**	(C)	**4.**	(B)	**5.**	(D)	**6.**	(C)	**7.**	(C)
8.	(B)	**9.**	(C)	**10.**	(D)								

DPP No. # A15

1.	(A)	**2.**	(C)	**3.**	(C)	**4.**	(A)	**5.**	(A)	**6.**	(C)	**7.**	18
8.	(ABC)	**9.**	(B)	**10.**	6								

DPP No. # A14 (JEE–MAIN)

Total Marks : 30 **Max. Time : 30 min.**
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q. 1 to Q.10 **(3 marks 3 min.)** **[30, 30]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

1. If a, b, c, d, e, f are in A.P. then e – c is equal to
यदि a, b, c, d, e, f समान्तर श्रेणी में है तब e – c बराबर है–
(A) 2(c – a) (B) 2(f – d) (C) 2(d – c) (D) d – c

Sol. e – c = (e – d) + (d – c) = 2 × common diff. सार्वअन्तर

2. The sum of integers from 1 to 100 that are divisible by 2 or 5 is
(A) 2550 (B) 1050 (C) 3050 (D) None of these
1 से 100 तक पूर्णाको का योग जो 2 या 5 से विभाजित है–
(A) 2550 (B) 1050 (C) 3050 (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. Sum of the integer divided by 2
= 2 + 4 + ...+ 98 + 100
$= \frac{50}{2}[2.2 + (50 - 1)2]$
= 50 [51] = 2550
Sum of the integer divided by 5
= 5 + 10 +.....95 + 100
$= \frac{20}{2}[5 + 100] = 1050$
Sum of the integer divided by 10
$\frac{10}{2}[10 + 100] = 550$
Sum of the integers divided by 5 or 10 = 2550 + 1050 – 550 = 3050

Hindi. 2 से विभाजित पूर्णांकों का योग
= 2 + 4 + ...+ 98 + 100
$= \frac{50}{2}[2.2 + (50 - 1)2]$
= 50 [51] = 2550
5 से विभाजित पूर्णांकों का योग
= 5 + 10 +.....95 + 100
$= \frac{20}{2}[5 + 100] = 1050$
10 से विभाजित पूर्णांकों का योग
$\frac{10}{2}[10 + 100] = 550$
5 या 10 से विभाजित पूर्णांकों का योग = 2550 + 1050 – 550 = 3050

3. If A and B are any two sets, then -
यदि A तथा B किसी दो समुच्चय के लिए -
(A) $(A - B) \cap B = A$ (B) $(A - B) \cap B = A \cup B$ (C) $(A - B) \cap B = \phi$ (D) $(A - B) \cap B = B$

Sol. If possible let यदि संभव है माना $(A - B) \cap B \neq \phi$
Let माना $x \in (A - B) \cap B \Rightarrow x \in (A - B)$ and और $x \in B$
$\Rightarrow$ ($x \in A$ and और x B) and और $x \in B$ $\Rightarrow x \in A$ and और ($x \in B$ and और x B)
but $x \notin A - B$ and $x \in B$ can not be possible simultaneously.
परन्तु $x \notin A - B$ और $x \in B$ संभव नहीं हो सकता है। $\therefore (A - B) \cap B = \phi$

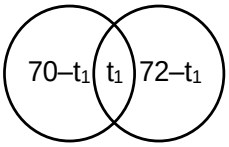
4. In an examination of a certain class, at least 70% of the students failed in Physics, at least 72% failed in Chemistry, at least 80% failed in Mathematics and at least 85% failed in English. How many at least must have failed in all the four subjects ?

(A) 8% (B) 7%
(C) 6% (D) 15%
(E) Cannot be determined due to insufficient data

एक कक्षा की परीक्षा में भौतिकी में कम से कम 70% विद्यार्थी फेल होते है, कम से कम 72% विद्यार्थी रसायन में फेल होते है, कम से कम 80% विद्यार्थी गणित में फेल होते है और कम से कम 85% विद्यार्थी अग्रेंजी में फेल होते है तब कम से कम इन सभी चारो विषयों में कितने विद्यार्थी फेल होते है?

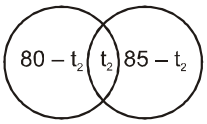
(A) 8% (B) 7%
(C) 6% (D) 15%
(E) अपर्याप्त आकड़ों के आधार पर ज्ञात नहीं किया जा सकता है।

Sol.

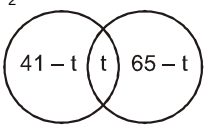


$70 + 72 - t_1 = 100$

$t_1 = 41\%$ $\Rightarrow$ min. in $P \cap C = 42\%$



$t_2 = 85\% - 20\% = 65\%$ $\Rightarrow$ min. $M \cap E = 65\%$



$t = 41 - 35 = 6\%$

min. in $((P \cap C) \cap (M \cap E)) = 7\%$

5. Let $y = \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\ldots\ldots\ldots}}}}$, then the value of y is

माना $y = \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\ldots\ldots\ldots}}}}$ हो, तो y का मान है–

(A) $\frac{\sqrt{13}+3}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{13}-3}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{15}+3}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{15}-3}{2}$

Sol. $y = \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+y}}$

$y = \frac{3+y}{6+2y+1}$

$\Rightarrow 2y^2 + 7y = 3 + y$ $\Rightarrow 2y^2 + 6y - 2 = 0$

$\Rightarrow y = \frac{-6 \pm \sqrt{36+24}}{4}$

$y = \frac{\sqrt{15}-3}{2}$ $\quad\because\ y > 0$

6. If the roots of the equation $x^2 + 2cx + ab = 0$ are real and unequal, then the roots of the equation $x^2 - 2(a + b)x + (a^2 + b^2 + 2c^2) = 0$ are

(A) real and unequal (B) real and equal
(C) imaginary (D) rational

यदि समीकरण $x^2 + 2cx + ab = 0$ के मूल वास्तविक तथा असमान है, तो समीकरण $x^2 - 2(a + b)x + (a^2 + b^2 + 2c^2) = 0$ के मूल हैं–

(A) वास्तविक तथा असमान (B) वास्तविक तथा समान
(C) काल्पनिक (D) परिमेय

Sol. $D_1 = 4c^2 - 4ab > 0 \quad \Rightarrow c^2 - ab > 0$ .....(i)
$D_2 = 4(a + b)^2 - 4(a^2 + b^2 + 2c^2)$
$= 4[2ab - 2c^2] = 8(ab - c^2) < 0$ [from (i)]
so, $D_2 < 0$ so roots are imaginary

7. If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, then the value of $\sum \alpha^2\beta$ is equal to

यदि α, β, γ समीकरण $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ के मूल हो, तो $\sum \alpha^2\beta$ का मान है –

(A) pq + 3r (B) pq + r (C) pq – 3r (D) q^2/r

Sol. $\alpha + \beta + \gamma = p$
$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q$
$\alpha\beta\gamma = r$
$\sum \alpha^2\beta = \alpha^2\beta + \alpha^2\gamma + \beta^2\alpha + \beta^2\gamma + \gamma^2\alpha + \gamma^2\beta$
$(\alpha^2\beta + \beta^2\alpha) + (\alpha^2\gamma + \gamma^2\alpha) + (\beta^2\gamma + \gamma^2\beta) + 3\alpha\beta\gamma - 3\alpha\beta\gamma = pq - 3r$

8. If $\log_y x = (a \log_z y) = (b \log_x z) = ab$, then which of the following pairs of values for (a, b) is not possible?

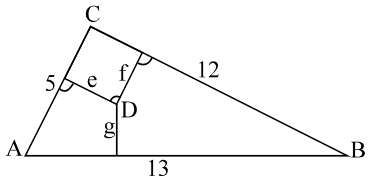
यदि $\log_y x = (a \log_z y) = (b \log_x z) = ab$, तब (a, b) के मानों के युग्म निम्न में कौनसे संभव नही है ?

(A) (1, 1) (B) (2, 2) (C) (–2, 1/2) (D) (0.4, 2.5)

Sol. $\frac{\log x}{\log y} = a$, $\frac{\log x}{\log z} = b$, $\frac{\log z}{\log x} = ab$
(i) (ii) (iii)
(ii) × (iii) = $\frac{\log y}{\log x} = ab$
by equation (i)
समीकरण (i) से
$(ab)^2 = 1$
so, इसलिए (2, 2) is not possible संभव नहीं है

9. The sides of a triangle ABC are as shown in the given figure. Let D be any internal point of this triangle and let e, f, and g denote the distance between the point D and the sides of the triangle. The sum (5e + 12f + 13g) is equal to

त्रिभुज ABC की भुजाये चित्र में दिखाये अनुसार है। माना D, त्रिभुज के अन्दर कोई आन्तरिक बिन्दु है तथा माना e, f तथा g बिन्दु D की त्रिभुज की भुजाओं से दूरियों को प्रदर्शित करते है, तब (5e + 12f + 13g) बराबर है



(A) 120 (B) 90 (C) 60 (D) 30

Sol. Area of ΔADC का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times 5e$

$\Delta CDB = \frac{1}{2} \times 12 \times f$

$\Delta ADB = \frac{1}{2} \times g \times 13$

$\frac{(5e + 12f + 13g)}{2} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12$

10. When a polynomial P(x) is divided by x, (x – 2) and (x – 3), remainders are 1, 3 and 2 respectively. If the same polynomial is divided by x(x – 2)(x – 3), the remainder is g(x), then the value of g(1) is
जब बहुपद P(x) को x, (x – 2) और (x – 3) से विभाजित करते है तो शेषफल क्रमशः 1, 3 और 2 है। यदि समान बहुपद को x(x – 2)(x – 3) से विभाजित किया जाए तो शेषफल g(x) प्राप्त होता है, तब g(1) का मान है -
(A) 1 (B) 5/3 (C) 2/3 (D) 8/3

Sol. $P(x) = f(x).x(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$

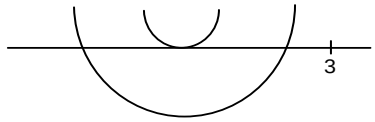
DPP No. # A15 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 32		**Max. Time : 30 min.**
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q. 1 to Q.6,9	**(3 marks 3 min.)**	**[21, 21]**
Multiple choice objective ('-2' negative & Partial marking) Q.7 to Q.8	**(4 marks 3 min.)**	**[08, 06]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.10	**(3 marks 3 min.)**	**[03, 03]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

1. If both roots of $x^2 - 2ax + a^2 + a - 3 = 0$ are less than 3, then :
यदि समीकरण $x^2 - 2ax + a^2 + a - 3 = 0$ के दोनों मूल 3 से छोटे हों, तब
(A) $a < 2$ (B) $2 \le a \le 3$ (C) $3 < a \le 4$ (D) $a > 4$

Sol. $x^2 - 2ax + (a^2 + a - 3) = 0$ both roots are less than 3
so



$D = 4a^2 - 4(a^2 + a - 3) \ge 0$
$a - 3 \le 0$
$a \le 3$
$\frac{-b}{2a} = \frac{2a}{2} < 3$
$\Rightarrow a < 3$
$f(3) = 9 - 6a + a^2 + a - 3 > 0$
$\Rightarrow a^2 - 5a + 6 > 0$
$(a - 3)(a - 2) > 0$
$a \in (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$
so $a < 2$

2. Let $N = \frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5}$ then the value of $\log_2 N =$

माना $N = \frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5}$ हो, तो $\log_2 N$ का मान है–
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 14

Sol. $N = \dfrac{4^5+4^5+4^5+4^5}{3^5+3^5+3^5} \cdot \dfrac{6^5+6^5+6^5+6^5+6^5+6^5}{2^5+2^5}$

$= N = \dfrac{4\times 4^5}{3\times 3^5}\times\dfrac{6\times 6^5}{2\times 2^5} = \dfrac{4^6\times 6^5}{(2\times 3)^5} = \dfrac{4^6\times 6^5}{6^5}$

$N = 4^6$
$N = (2^2)^6$
$N = 2^{12}$
$\log_2 N = \log_2 2^{12} = 12$

3. If $P = 3^{\sqrt{\log_3 2}} - 2^{\sqrt{\log_2 3}}$ and $Q = \log_2 \log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} 81$, then

यदि $P = 3^{\sqrt{\log_3 2}} - 2^{\sqrt{\log_2 3}}$ और $Q = \log_2 \log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} 81$ है, तो

(A) P = 1 , Q = 0 (B) P = 0 , Q = 1 (C) P = Q = 0 (D) P = Q = 1

Sol. $Q = \log_2 \log_3 \log_2 \log_{3^{1/2}} 3^4 = \log_2 \log_3 \log_2 8$

$= \log_2 \log_3 3 = \log_2 1 = 0$

$P = 3^{\sqrt{\log_3 2}} - 2^{\sqrt{\log_2 3}}$

Let माना $3^{\sqrt{\log_3 2}} = t \Rightarrow \sqrt{\log_3 2} = \log_3 t$

$2^{\sqrt{\log_2 3}} = a \Rightarrow \sqrt{\log_2 3} = \log_2 a \Rightarrow \sqrt{\log_2 3} = \dfrac{\log_3 a}{\log_3 2}$

$\log_3 a = \log_3 2 \cdot \sqrt{\log_2 3}$

$\log_3 a = \sqrt{\log_3 2} = \log_3 t$

$\log_3 a = \log_3 t$ $a = t$
$P = a - t = 0$
$P = Q = 0$

4. The sum of first 100 terms common to the series 17, 21, 25,.... & 16, 21, 26.... is
श्रेणियों 17, 21, 25,.... और 16, 21, 26.... के प्रथम 100 उभयनिष्ठ पदों का योगफल है–

(A) 101100 (B) 111000 (C) 110010 (D) 100101

Sol. $d_1 = 4$ $d_2 = 5$
d = lcm of d_1 & d_2 = 20
21, 41, 61,.....
$S = \dfrac{100}{2}[2\times 21 + (99)20] = 100[21 + 990] = 101100$

5. Sum of an infinitely many terms of a G.P. is 3 times the sum of even terms. The common ratio of the G.P. is–
एक गुणोत्तर श्रेढ़ी के अनन्त पदों का योगफल उसके सम पदों के योगफल का तीन गुना है, गुणोत्तर श्रेढ़ी का सार्व अनुपात है–

(A) 1/2 (B) 2 (C) 3/2 (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. Let the infinite G.P. be $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots$
we are given that $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots$
माना अनन्त गुणोत्तर श्रेढ़ी $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots$

हमें दिया है कि $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots = 3(ar + ar^3 + ar^5 + \ldots\ldots) \Rightarrow \dfrac{a}{1-r} = \dfrac{3ar}{1-r^2} \Rightarrow 1 = \dfrac{3r}{1+r} \Rightarrow 1 + r = 3r$

6. If the sum of the first 2n terms of the A.P. 2, 5, 8, ..., is equal to the sum of the first n terms of the A.P. 57, 59, 61, ..., then n equals
यदि स.श्रे. 2, 5, 8, ..., के प्रथम 2n पदों का योग स.श्रे. 57, 59, 61, ..., के प्रथम n पदों के योगफल के बराबर हो, तो n का मान हैं–

(A) 10 (B) 12 (C) 11 (D) 13

Sol. 2, 5, 8 .....

a = 2, d = 3 $\Rightarrow$ $S_{2n} = n\,(4 + (2n - 1)\,3] = n(6n + 1)$

$\Rightarrow$ 57, 59, 61,.....

$S_n = \frac{n}{2}\,[2 \times 57 + (n - 1)\,2]$

$= n[57 + n - 1] \quad = n\,(56 + n)$

$n\,(6n + 1) = n\,(56 + n) \quad \Rightarrow \quad 5n = 55 \quad \Rightarrow \quad n = 11.$

7. If α, β, γ are roots of the equation $x^3 + 3x + 1 = 0$, then $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 =$ _____
यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + 3x + 1 = 0$ के मूल है तब $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 =$ _____

Ans. 18

Sol. $x^3 + 3x + 1 = 0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{cases}$

then तब $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$

$\alpha^3 + 3\alpha + 1 = 0 \quad \Rightarrow \alpha^3 = -3\alpha - 1$ or $\alpha^4 = -3\alpha^2 - \alpha$

$\beta^4 = -3\beta^2 - \beta$

$\gamma^4 = -3\gamma^2 - \gamma$

$\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 = -3(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) - (\alpha + \beta + \gamma)$

$\alpha + \beta + \gamma = 0$

$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\,\Sigma\alpha\beta = 0$

$\Rightarrow (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) = -2\Sigma\alpha\beta = -2 \times 3 = -6$

$\therefore \quad \alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 = (-3) \times (-6) - 0$

$= 18$

8. If $x^3 + 2x^2 - x + \lambda = 0$ and $x^2 + 5x - 3\lambda = 0$ has a common root, then λ can be
यदि $x^3 + 2x^2 - x + \lambda = 0$ और $x^2 + 5x - 3\lambda = 0$ एक उभयनिष्ठ मूल है तब λ हो सकता है–

(A) 0 (B) –2 (C) $-\frac{14}{27}$ (D) 1

Sol. We will have to check
let α be the common root
माना α एक उभयनिष्ठ मूल है।

$\alpha^3 + 2\alpha^2 - \alpha + \lambda = 0 \quad \Rightarrow \lambda = -\alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha$

$\alpha^2 + 5\alpha - 3\lambda = 0$

$\alpha^2 + 5\alpha - 3\,(-\alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha) = 0$

$\Rightarrow 3\alpha^3 + 7\alpha^2 + 2\alpha = 0$

$\Rightarrow \alpha(3\alpha^2 + 7\alpha + 2) = 0$

$\alpha(3\alpha^2 + 6\alpha + \alpha + 2) = 0$

$\alpha[3\alpha(\alpha + 2) + 1\,(\alpha + 2)] = 0$

$\alpha(3\alpha + 1)\,(\alpha + 2) = 0$

$\alpha = 0$ or $\alpha = -2$ or $\alpha = -1/3$

if यदि $\alpha = 0 \quad \Rightarrow \lambda = 0$

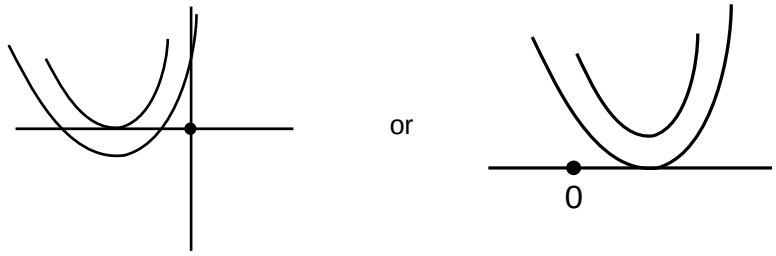
if यदि $\alpha = -2 \quad \Rightarrow 4 - 10 - 3\lambda = 0 \quad \Rightarrow \lambda = -2$

if यदि $\alpha = -\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \frac{1}{9} - \frac{5}{3} - 3\lambda = 0$

$\frac{1 - 15 - 27\lambda}{9} = 0, \qquad \lambda = -14/27$

9. $e^{2x} - (a-1)\,e^{x} - a \geq 0\ \forall\ x \in R$, then values of a will satisfy.
$e^{2x} - (a-1)\,e^{x} - a \geq 0\ \forall\ x \in R$ हो, तो a के मानों का समुच्चय है–
(A) $a \in (-\infty, 0)$ (B) $a \in (-\infty, 0]$ (C) $a \in R$ (D) $a \in (-\infty, -2]$

Sol. Let माना $e^{x} = t$, $t \in (0, \infty)$
$t^2 - (a-1)\,t - a > 0$



$D \leq 0$ no solution कोई हल नहीं

$\frac{-b}{2a} < 0$ $D \geq 0 \Rightarrow$ $(a-1)^2 + 4a > 0$ $\Rightarrow$ $(a+1)^2 \geq 0 \Rightarrow a \in R$

$\Rightarrow -a > 0 \Rightarrow a < 0$

$\frac{a-1}{2} < 0 \Rightarrow a < 1$ $f(0) \geq 0 \Rightarrow$ $a \leq 0$

10. The product of uncommon real roots of the two polynomials $P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15$ and $Q(x) = x^3 + 4x^2 - x - 10$, is
दो बहुपदों $P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15$ और $Q(x) = x^3 + 4x^2 - x - 10$, के वास्तविक मूल जो उभयनिष्ठ नही है, का गुणनफल है।

Ans. 6

Sol. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15$
$Q(x) = x^3 + 4x^2 - x - 10$
$Q(x) = (x + 2)(x^2 + 2x - 5) = 0$
$x = -2$ is not common root.
roots of $x^2 + 2x - 5$ are the common root of both equation.

$x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15 = 0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{cases}$

$\alpha\beta\gamma\delta = 15$
Let α, β are common root $\alpha\beta = -5$ and another uncommon root is -2 so, product = 6.

Hindi. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15$
$Q(x) = x^3 + 4x^2 - x - 10$
$Q(x) = (x + 2)(x^2 + 2x - 5) = 0$
$x = -2$ उभयनिष्ठ मूल नहीं है
$x^2 + 2x - 5$ का मूल, दोनो समीकरण के उभयनिष्ठ मूल है।

$x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15 = 0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{cases}$

$\alpha\beta\gamma\delta = 15$
माना α, β उभयनिष्ठ मूल है $\alpha\beta = -5$ तथा अन्य उभयनिष्ठ -2 है। इसलिए गुणन = 6.

Resonance®
Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS
DPP
DAILY PRACTICE PROBLEMS
NO. A16 TO A17

DPP No. # A16

1. (B) **2.** (A) **3.** (AD) **4.** (C) **5.** (A) **6.** (A) **7.** (C)
8. (D) **9.** (BD) **10.** (A)

DPP No. # A17

1. (C) **2.** (C) **3.** (B) **4.** (A) **5** (C) **6** (C) **7** (C)
8 (C) **9.** $x^3 - 8x^2 + 19x - 15 = 0$ **10.** $x = 10^3, \frac{1}{10^2}$

DPP No. # A16 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 31 **Max. Time : 30 min.**

Comprehension ('–1' negative marking) Q. 1 to Q.2	**(3 marks 3 min.)**	**[06, 06]**
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q. 3 to Q.8,10	**(3 marks 3 min.)**	**[21, 21]**
Multiple choice objective ('-2' negative & Partial marking) Q.9	**(4 marks 3 min.)**	**[04, 03]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Comprehension # 1 (Q. No. 1 to 2)
अनुच्छेद # 1 (Q. No. 1 to 2)

Consider the quadratic polynomial $f(x) = \frac{x^2}{4} - ax + a^2 + a - 2$, then

मानाकि द्विघात बहुपद $f(x) = \frac{x^2}{4} - ax + a^2 + a - 2$, है तब

1. If the origin lies between zero's of polynomial, then number of integral value(s) of 'a' is
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) more than 3
यदि मूल बिन्दु, बहुपद के शून्यों के मध्य स्थित है तब 'a' के पूर्णांक मानों की संख्या है -
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 3 से अधिक

2. If roots of equation f(x) = 0 on the number line symmetrically placed about the point 1 then value of a is
यदि समीकरण f(x) = 0 के मूल संख्या रेखा पर बिन्दु 1 के सापेक्ष सममित हो तो a का मान है–
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{-1}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$

Sol. $y = f(x) = \frac{x^2}{4} - ax + a^2 + a - 2$

(i) For zero's on either side of origin
$f(0) < 0$
$\Rightarrow a^2 + a - 2 < 0 \Rightarrow (a + 2)(a - 1) < 0$
$\Rightarrow -2 < a < 1 \Rightarrow$ 2 integers i.e., {–1, 0}

(ii) $\frac{-(-a)}{2\left(\frac{1}{4}\right)} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

Hindi $y = f(x) = \frac{x^2}{4} - ax + a^2 + a - 2$

(i) शून्य मूल बिन्दु विपरीत और है।

$f(0) < 0 \Rightarrow \quad a^2 + a - 2 < 0 \quad \Rightarrow \quad (a + 2)(a - 1) < 0$

$\Rightarrow \quad -2 < a < 1 \quad \Rightarrow$ 2 पूर्णांक अर्थात्, {–1, 0}

(ii) $\frac{-(-a)}{2\left(\frac{1}{4}\right)} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

3. If the equation $ax^2 + 2bx - 3c = 0$ has no real roots and $\left(\frac{3c}{4}\right) < a + b$, then –

यदि समीकरण $ax^2 + 2bx - 3c = 0$ का कोई वास्तविक मूल नहीं हो तथा $\left(\frac{3c}{4}\right) < a + b$ हो, तो–

(A) $c < 0$ (B) $c > 0$ (C) $c = 0$ (D) $a + 2b - 3c > 0$

Sol. $ax^2 + 2bx - 3c = 0$ has no real roots

$D < 0$

Put $x = 2$ in the equation $4a + 4b - 3c = 4\left\{(a+b) - \left(\frac{3c}{4}\right)\right\} > 0$

So the expression $ax^2 + 2bx - 3c$ is always positive

Put $x = 0 \Rightarrow -3c > 0$

$c < 0$

Hindi. $ax^2 + 2bx - 3c = 0$ का कोई वास्तविक मूल नहीं है।

$D < 0$

समीकरण में $x = 2$ रखने पर $4a + 4b - 3c = 4\left\{(a+b) - \left(\frac{3c}{4}\right)\right\} > 0$

अतः व्यंजक $ax^2 + 2bx - 3c$ सदैव धनात्मक है।

$x = 0$ रखने पर $\Rightarrow -3c > 0$

$c < 0$

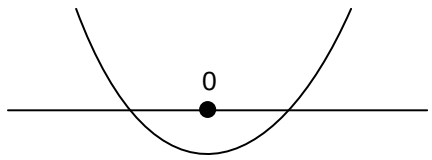
4. The set of all values of 'a' for which the quadratic equation $3x^2 + 2(a^2 + 1)x + (a^2 - 3a + 2) = 0$ possess roots of opposite sign, is

a के सभी मानों का समुच्चय जिसके लिए समीकरण $3x^2 + 2(a^2 + 1)x + (a^2 - 3a + 2) = 0$ के मूल विपरीत चिन्ह के हैं–

(A) $(-\infty, 1)$ (B) $(-\infty, 0)$ (C) $(1, 2)$ (D) $(3/2, 2)$

Sol. $3x^2 + 2(a^2 + 1)x + a^2 - 3a + 2 = 0$

for roots to be of opposite sign derived graph is मूल विपरीत चिन्ह के है आरेख से



$f(0) < 0 \quad a^2 - 3a + 2 < 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 2) < 0 \quad a \in (1, 2)$

5. If 1 + 6 + 11 + ... + x = 148, then x is equal to
यदि 1 + 6 + 11 + ... + x = 148 तब x बराबर है–
(A) 36 (B) 8 (C) 30 (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. If n is the number of terms then

$148 = S_n = \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n-1)5] \Rightarrow 296 = n(5n-3) \Rightarrow 5n^2 - 3n - 296 = 0$

$\Rightarrow$ n = 8 as n cannot be negative. $\therefore$ $x = T_8 = 1 + (8-1)5 = 36$.

6. If the sum of first three terms of a G.P. is to the sum of first six terms as 125 : 152, then the common ratio of the G.P. is
यदि गुणोत्तर श्रेढ़ी के प्रथम तीन पदों एवं प्रथम छः पदों के योगफलों का अनुपात 125 : 152 हो, तो श्रेढ़ी का सार्वअनुपात है–
(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{5}{2}$

Sol. $\frac{a(1-r^3)}{a(1-r^6)} = \frac{125}{152}$

$\frac{1}{1+r^3} = \frac{125}{152}$

$152 = 125 + 125r^3$

$r = \frac{3}{5}$

7. The ratio of sums of n – terms of two arithmetic progressions is (3 n – 13) : (5 n + 21). The ratio of 24th term of the two series is :
(A) 59 : 141 (B) 7 : 17 (C) 1 : 2 (D) None of these
दो समान्तर श्रेढ़ीयों के n पदों के योग का अनुपात (3n – 13) : (5n + 21) है, तो समान्तर श्रेढ़ीयों के 24 वें पदों का अनुपात होगा–
(A) 59 : 141 (B) 7 : 17 (C) 1 : 2 (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $\frac{S_{n_1}}{S_{n_2}} = \frac{3n-13}{5n+21}$

$\frac{2a_1 + (n-1)\ d}{2a_2 + (n-1)\ d} = \frac{3n-13}{5n+21}$

$\frac{a_1 + \left(\frac{n-1}{2}\right)\ d_1}{a_2 + \frac{(n-1)\ d_2}{2}} = \frac{3n-17}{5n+21}$

Now $T_{24} = \frac{n-1}{2} = 23$

n = 47

$\frac{a_1 + 23d_1}{a_2 + 23d_2} = \frac{3.47-17}{5.47+21} = \frac{1}{2}$

8. The equation $\log_2(2x^2) + \log_2 x.\ x^{\log_x(\log_2 x+1)} + 1/2 \log_4^2 (x^4) + 2^{-3\log_{1/2}(\log_2 x)} = 1$ has :
(A) exactly one real solution (B) two real solutions
(C) three real solutions (D) No solution
समीकरण $\log_2(2x^2) + \log_2 x.\ x^{\log_x(\log_2 x+1)} + 1/2 \log_4^2 (x^4) + 2^{-3\log_{1/2}(\log_2 x)} = 1$ रखती है –
(A) ठीक एक वास्तविक हल (B) दो वास्तविक हल
(C) तीन वास्तविक हल (D) कोई हल नहीं

Sol. $1 + 2\log_2 x + \log_2 x(\log_2 x + 1) + 1/2 .4\log_2^2 x + \log_2^3 x = 1$

$\Rightarrow \log_2^3 x + 3\log_2^2 x + 3\log_2 x = 0 \Rightarrow \log_2 x[\log_2^2 x + 3\log_2 x + 3] = 0$

$D = 9 - 4.3 < 0$

$\Rightarrow$ x = 1 but $x \neq 1$ so no solution अतः कोई हल नहीं.

9. If the equation $\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^2 + a\left(\frac{x}{1+x^2}\right) + 3 = 0$ has exactly two real roots which are distinct, then the set of possible real values of a is

यदि समीकरण $\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^2 + a\left(\frac{x}{1+x^2}\right) + 3 = 0$ के ठीक दो वास्तविक मूल है जो कि भिन्न है, तो a के संभावित वास्तविक मानों का समुच्चय है –

(A) $\left(\frac{-13}{2}, 0\right)$ (B) $\left(-\infty, -\frac{13}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{-13}{2}, \frac{13}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{13}{2}, \infty\right)$

Sol. $\frac{x}{1+x^2} = t \Rightarrow t x^2 - x + t = 0$

$D > 0 \Rightarrow 1 - 4t^2 > 0 \quad \Rightarrow 4t^2 - 1 < 0 \Rightarrow t \in \left(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$t^2 + at + 3 = 0$

Exactly one root lies in $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

ठीक एक मूल $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ में स्थित होगा।

$f\left(\frac{-1}{2}\right) f\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{4} - \frac{a}{2} + 3\right)\left(\frac{1}{4} + \frac{a}{2} + 3\right) < 0$

$(13 - 2a)(13 + 2a) < 0 \Rightarrow \quad \left(-\infty, -\frac{13}{2}\right) \cup \left(\frac{13}{2}, \infty\right)$

10. The number of positive integers 'n' such that n + 9, 16n + 9, 27n + 9 are all perfect squares is :

n के धनात्मक पूर्णांक मानों की संख्या होगी जबकि n + 9, 16n + 9, 27n + 9 सभी पूर्ण वर्ग है।

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. Let $n + 9 = a^2$, $16n + 9 = b^2$, $27n + 9 = c^2$, where n, a, b, c are positive integers.

$16a^2 = 16n + 144$

$b^2 = 16n + 9$

Subtracting, we get $16a^2 - b^2 = 135$

$\Rightarrow \quad (4a - b)(4a + b = 135 = 1 \times 135, 3 \times 45, 5 \times 27, 9 \times 15$

$\Rightarrow \quad a = 17, 6, 4, 3 \quad \Rightarrow \quad n = 280, 27, 7, 0$

$27n + 9 = 9(3n + 1) = 9(841), 9(22), 9(1)$

$9(841) = 3^2 \times 29^2 = (3 \times 29)^2 = 87^2$.

$16n + 9 = 67^2$, $27n + 9 = 87^2$.

DPP No. # A17 (JEE–MAIN)

Total Marks : 30 **Max. Time : 30 min.**

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q. 1 to Q.8 **(3 marks 3 min.)** **[24, 24]**

Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.9 to Q.10 **(3 marks 3 min.)** **[06, 06]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

1. The sum of first p-terms of a sequence is p(p + 1) (p + 2). The 10th term of the sequence is

किसी अनुक्रम के प्रथम p-पदों का योगफल p(p + 1) (p + 2) हो, तो अनुक्रम का 10वाँ पद है–

(A) 396 (B) 600 (C) 330 (D) 114

Sol. $S_p = p(p + 1)(p + 2)$

$S_{p-1} = (p - 1)\, p\, (p + 1)$

$T_p = S_p - S_{p-1} = p(p + 1).3$

$T_{10} = 3.10.11 \Rightarrow 330.$

2. The eighth term of G.P. is 128 and common ratio is 2. The product of its first five terms is
गुणोत्तर श्रेढ़ी का 8 वाँ पद 128 तथा सार्वअनुपात 2 है। इसके प्रथम पाँच पदों का गुणनफल है–
(A) 4^6 (B) 4^3 (C) 4^5 (D) 4^4

Sol. Let a be the first term, then
$T_8 = 128 \Rightarrow ar^7 = 128 \Rightarrow a(2)^7 = 128 \Rightarrow a = 1$
Product of first five terms = $(T_3)^5 = (ar^2)^5 = (1 \times 2^2)^5 = 4^5$

3. If $x = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}$, then the value of $x^3 + 3x - 14$ is equal to
यदि $x = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}$ हो, तो $x^3 + 3x - 14$ का मान है–
(A) 1 (B) 0 (C) 2 (D) 4

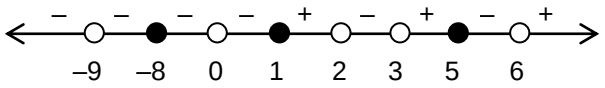
Sol. $x = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$
$x^3 = \left[\left(7+5\sqrt{2}\right)^{1/3} + \left(7-5\sqrt{2}\right)^{1/3}\right]^3$
$= 7 + 5\sqrt{2} + (7 - 5\sqrt{2}) + 3(7 + 5\sqrt{2})^{1/3}(7 - 5\sqrt{2})^{1/3}\left[\left(7+5\sqrt{2}\right)^{1/3} + \left(7-5\sqrt{2}\right)^{1/3}\right]$
$= 14 - 3x \quad \Rightarrow \quad x^3 + 3x - 14 = 0$

4. The value of the expression , $\log_4\left(\dfrac{x^2}{4}\right) - 2\log_4(4x^4)$ when $x = -2$ is :
(A) – 6 (B) – 5 (C) – 4 (D) meaningless
व्यंजक $\log_4\left(\dfrac{x^2}{4}\right) - 2\log_4(4x^4)$, जब $x = -2$, का मान है–
(A) – 6 (B) – 5 (C) – 4 (D) अर्थहीन

Sol. $\log_4(1) - 2\log_4(64)$
$0 - 2(3) = -6$

5 The solution set of inequality $\dfrac{(x-5)^{2005}.\ (x+8)^{2008}\ (1-x)}{x^{2006}(x-2)^3\ .\ (x-3)^5\ .\ (x-6)\ (x+9)^{2010}} \geq 0$ is
असमिका $\dfrac{(x-5)^{2005}.\ (x+8)^{2008}\ (1-x)}{x^{2006}(x-2)^3\ .\ (x-3)^5\ .\ (x-6)\ (x+9)^{2010}} \geq 0$ का हल समुच्चय है।
(A) $(-\infty, -9) \cup (-8, 0) \cup (0, 1) \cup (2, 3) \cup [5, 6)$
(B) $(-\infty, -9) \cup (-9, 0) \cup (0, 1) \cup (2, 3) \cup (5, 6)$
(C) $(-\infty, -9) \cup (-9, 0) \cup (0, 1] \cup (2, 3) \cup [5, 6)$
(D) $(-\infty, 0) \cup (0, 1] \cup (2, 3) \cup [5, 6)$

Sol. $x \in (-\infty, -9) \cup (-9, 0) \cup (0, 1] \cup (2, 3) \cup [5, 6)$



6 The value of $4\left(3\log_2\dfrac{81}{80} + 5\log_2\dfrac{25}{24} + 7\log_2\dfrac{16}{15}\right)$ is
$4\left(3\log_2\dfrac{81}{80} + 5\log_2\dfrac{25}{24} + 7\log_2\dfrac{16}{15}\right)$ का मान है–
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5

Sol. (3) $4\left(3\log_2\frac{81}{80}+5\log_2\frac{25}{24}+7\log_2\frac{16}{15}\right) \Rightarrow 4\left(\log_2\frac{81^3\ .\ 25^5\ .\ 16^7}{24^5\ .\ 80^3\ .\ 15^7}\right) = 4\log_2 2 = 4$

7 **STATEMENT -1 :** ln1 + ln2 + ln3 = ln(1 + 2 + 3).
STATEMENT -2 : ln (a + b + c) = $l$na + $l$nb + $l$nc , where a, b, c are positive.
(A) Statement -1 is True, Statement -2 is True ; Statement -2 is a correct explanation for Statement -1
(B) Statement-1 is True, Statement-2 is True ; Statement-2 **is NOT** a correct explanation for Statement-1
(C) Statement -1 is True, Statement -2 is False
(D) Statement -1 is False, Statement -2 is True
वक्तव्य–1 : ln1 + ln2 + ln3 = ln(1 + 2 + 3).
वक्तव्य–2 : ln (a + b + c) = $l$na + $l$nb + $l$nc , जहाँ a, b, c धनात्मक है।
(A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
(B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है।
(D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है।

Sol. ln1 + ln2 + ln3 = ln(1 . 2 . 3) = ln6 = ln(1 + 2 + 3)
Statement -1 is correct वक्तव्य-1 सत्य है।
But परन्तु ln (a + b + c) = $l$na + $l$nb + $l$nc is false असत्य है।

8 If $(x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3 = 3(x-1)(y-2)(z-3)$ and $x-1 \neq y-2 \neq z-3$ then x + y + z is equal to
यदि $(x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3 = 3(x-1)(y-2)(z-3)$ तथा $x-1 \neq y-2 \neq z-3$ तो x + y + z का मान है–
(A) 2 (B) – 6 (C) 6 (D) 4

Sol. Here (यहाँ) (x – 1) + (y – 2) + (z – 3) = 0 $\Rightarrow$ x + y + z = 6

9. Find the equation each of whose roots is greater by unity , than the roots of the equation
$x^3 - 5x^2 + 6x - 3 = 0$.
वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका प्रत्येक मूल समीकरण $x^3 - 5x^2 + 6x - 3 = 0$ के मूल से एक अधिक है।

Ans. $x^3 - 8x^2 + 19x - 15 = 0$

Sol. Let roots are α, β, γ माना मूल α, β, γ हैं
$\therefore \alpha^3 - 5\alpha^2 + 6\alpha - 3 = 0$
then roots of required equation are $\alpha + 1, \beta + 1, \gamma + 1$
तो अभीष्ट समीकरण के मूल होगें $\alpha + 1, \beta + 1, \gamma + 1$
$\therefore$ put $x = \alpha + 1$ $\therefore x = \alpha + 1$ रखनें पर
$\alpha = x - 1$
$(x-1)^3 - 5(x-1)^2 + 6(x-1) - 3 = 0$ $\therefore x^3 - 8x^2 + 19x - 15 = 0$

10. Solve the equation $(\log_{10}x)^2 - (\log_{10}x) - 6 = 0$
समीकरण $(\log_{10}x)^2 - (\log_{10}x) - 6 = 0$ को हल कीजिए –

Ans. $x = 10^3, \frac{1}{10^2}$

Resonance®
Educating for better tomorrow

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2022

Course : VIKAAS(01JA TO 07JA)

MATHEMATICS
DPP
DAILY PRACTICE PROBLEMS
NO. A18

DPP No. # A18

1. (B) **2.** (A) **3.** (C) **4.** (A) **5.** (C) **6.** (CD) **7.** (AB)
8. (ACD) **9.** $x^2 - 3x + 2 = 0$ **10.** 2

DPP No. # A18 (JEE–ADVANCED)

Total Marks : 33 **Max. Time : 30 min.**

Comprehension ('–1' negative marking) Q.1 to Q.2	**(3 marks 3 min.)**	**[06, 06]**
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.3 to Q.5	**(3 marks 3 min.)**	**[09, 09]**
Multiple choice objective ('-2' negative & Partial marking) Q.6 to Q.8	**(4 marks 3 min.)**	**[12, 09]**
Subjective Questions ('–1' negative marking) Q.9 to Q.10	**(3 marks 3 min.)**	**[06, 06]**

Question No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Marks Obtained											

Comprehension# 1 (Q.1 to 2)
प्रश्न 1 से 2 के लिए अनुच्छेद

Consider the equations
$(3x)^{\log 3} = (4y)^{\log 4}$ and $4^{\log x} = 3^{\log y}$
Answer the following questions
मानाकि समीकरण
$(3x)^{\log 3} = (4y)^{\log 4}$ और $4^{\log x} = 3^{\log y}$
निम्न प्रश्नों का उत्तर दीजिए

1. Value of x is
x का मान है–
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 3 (D) 4

2. Value of y is
y का मान है–
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 3 (D) 4

Sol. 12, 13
Taking log on both sides of given equations,
दी गई समीकरणों का दोनों तरफ log लेने पर
$\log 3 (\log 3 + \log x) = \log 4 (\log 4 + \log y)$ .....(i)
and और $\log x (\log 4) = (\log y) \log 3$ .....(ii)
from (i) (i) से
$(\log 4)^2 - (\log 3)^2 = \log 3 \log x - \log 4 \log y$ .....(iii)
from (ii) (ii) से

$\frac{\log x}{\log 3} = \frac{\log y}{\log 4} = \lambda$ (say) (माना) .....(iv)

from (iv) and (iii) (iii) व (iv) से

$(\log 4)^2 - (\log 3)^2 = \{(\log 3)^2 - (\log 4)^2\}\lambda$

$\therefore \quad \lambda = -1$

$\therefore \quad \log x = -\log 3 = \log \frac{1}{3} \Rightarrow \quad \log y = -\log 4 = \log \frac{1}{4} \quad \therefore \quad x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{4}$

3. The nth term of the sequence 5 + 55 + 555 + ... is
अनुक्रम 5 + 55 + 555 + ... का nवाँ पद है–

(A) $5 \times 10^{n-1}$ (B) $5 \times 11^{n-1}$ (C) $\frac{5}{9}(10^n - 1)$ (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. Let $S_n = 5 + 55 + 555 + \ldots\ldots + T_{n-1} + T_n$ ...(i)
then $S_n = 5 + 55 + \ldots\ldots + T_{n-1} + T_n$ ...(ii)
subtracting (ii) from (i), we get
$0 = 5 + 50 + 500 + \ldots\ldots$ upto n terms $- T_n$

$\Rightarrow T_n = \frac{50(10^n - 1)}{10 - 1} = \frac{5}{9}(10^n - 1)$

Sol. माना $S_n = 5 + 55 + 555 + \ldots\ldots + T_{n-1} + T_n$ ...(i)
तब $S_n = 5 + 55 + \ldots\ldots + T_{n-1} + T_n$ ...(ii)

(i) मे से (ii) को घटाने पर, $0 = 5 + 50 + 500 + \ldots\ldots$ n पदों तक $- T_n \Rightarrow T_n = \frac{50(10^n - 1)}{10 - 1} = \frac{5}{9}(10^n - 1)$

4. Find the sum of the series $\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 2^2} + \frac{1}{3 \times 2^3} - \frac{1}{4 \times 2^4} + \ldots\ldots$

Information : $\log_e(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\ldots$ to ∞

(A) $\log_e\left(\frac{3}{2}\right)$ (B) $\log_e\left(\frac{2}{3}\right)$ (C) $\log_e\left(\frac{4}{7}\right)$ (D) None of these

श्रेणी $\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 2^2} + \frac{1}{3 \times 2^3} - \frac{1}{4 \times 2^4} + \ldots\ldots$ का योगफल है –

जानकारी : $\log_e(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\ldots$ to ∞

(A) $\log_e\left(\frac{3}{2}\right)$ (B) $\log_e\left(\frac{2}{3}\right)$ (C) $\log_e\left(\frac{4}{7}\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. Let $x = \frac{1}{2}$, then the sum of the given series

$= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\ldots$ to ∞

$= \log_e(1 + x)$

$= \log_e\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \log_e\left(\frac{3}{2}\right)$

Hindi. माना $x = \frac{1}{2}$, तो दी गई श्रेणी का योग है

$= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\ldots$ to ∞

$= \log_e(1 + x)$

$$= \log_e\left(1+\frac{1}{2}\right) = \log_e\left(\frac{3}{2}\right)$$

5. The largest real solution of the equation $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = \sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{3x^4+4}}}$ lies in the interval

समीकरण $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = \sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{3x^4+4}}}$ का अधिकतम वास्तविक हल किस अन्तराल मे स्थित है–

(A) $\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ (C) $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$

Sol. $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = \sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{3x^4+4}}}$

$x = \sqrt[2]{\sqrt[4]{3x^4+4}}$

$x^2 = \sqrt[4]{3x^4+4}$

$x^8 = 3x^4 + 4$

$t^2 - 3t + 4 = 0$

$(t - 4)(t + 1) = 0$

$t = 4$

$t = -1.$

$x^4 = 4$

$x^2 = \sqrt{2}$

$x = \sqrt{\sqrt{2}}$.

6. The number $N = \frac{1+2\log_3 2}{(1+\log_3 2)^2} + \log_6^2 2$ when simplified reduces to :

(A) a prime number (B) an irrational number

(C) a real which is less than $\log_3 \pi$ (D) a real which is greater than $\log_7 6$

संख्या $N = \frac{1+2\log_3 2}{(1+\log_3 2)^2} + \log_6^2 2$ को सरल करने पर प्राप्त होता है–

(A) एक अभाज्य संख्या (B) एक अपरिमेय संख्या

(C) एक वास्तविक संख्या जो कि $\log_3\pi$ से छोटी है (D) एक वास्तविक संख्या जो कि $\log_7 6$ से बड़ी है

Sol. $N = \frac{1+2\log_3 2}{(1+\log_3 2)^2} + \log_6^2 2$

$N = \frac{1+2\log_3 2}{(1+\log_3 2)^2} + \frac{1}{(\log_2 6)^2} \Rightarrow \frac{1+2\log_3 2}{(1+\log_3 2)^2} + \frac{1}{(1+\log_2 3)^2}$

$N = \frac{1+2\log_3 2}{(1+\log_3 2)^2} + \frac{(\log_3 2)^2}{(1+\log_3 2)^2}$

$N = \frac{(1+\log_3 2)^2}{(1+\log_3 2)^2} = 1$

7. The value of x satisfying

$2\log_{\frac{1}{4}}(x+5) > \frac{9}{4}\log_{\frac{1}{3\sqrt{3}}}(9) + \log_{\sqrt{x+5}}(2)$ is/are

असमिका $2\log_{\frac{1}{4}}(x+5) > \frac{9}{4}\log_{\frac{1}{3\sqrt{3}}}(9) + \log_{\sqrt{x+5}}(2)$ को सन्तुष्ट करने वाले x के मान है।

(A) (–5, –4) (B) (–3, –1) (C) (–4, –1) (D) (–5, –2)

Sol. $2\log_{1/4}(x+5) > \frac{9}{4}\log_{\frac{1}{3\sqrt{3}}} 9 + \log_{\sqrt{x+5}} 2$

$-1\log_2(x+5) > \frac{9}{4}\times\left(\frac{-2}{3}\right)\times 2\log_3 3 + 2\log_{(x+5)} 2$

$-\log(x+5) > -3 + 2\log_{x+5} 2$

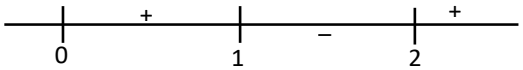
$-\log_{(x+5)} 2 > -3 + 2\log_{x+5} 2$

Let $\log_2(x+5) = t$

$-t > -3 + \frac{2}{t}$

$\frac{t^2-3t+2}{t} < 0$

$\frac{(t-1)(t-2)}{t} < 0$



$\log_2 x + 5 < 0$

$X + 5 < 1$ then $x < -4$

$1 < \log_2 x + 5 < 2$

$2 < x + 5 < 4$

$-3 < x < -1$

b से स्वतंत्र

8. If p, q $\in$ N satisfy the equation $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ then p & q are

(A) relatively prime (B) twin prime

(C) Coprime

(D) If $\log_q p$ is defined then $\log_p q$ is not defined vice versa

यदि p, q $\in$ N समीकरण $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ को संतुष्ट करते है तो p तथा q होंगे –

(A) परस्पर अभाज्य (B) युगल अभाज्य

(C) सह–अभाज्य

(D) यदि $\log_q p$ विद्यमान है तो $\log_p q$ विद्यमान नहीं होगा एवं विलोमतः

Sol. $\sqrt{x}\log x - \frac{x}{2}\log x = 0 \Rightarrow \sqrt{x}\left(1-\frac{\sqrt{x}}{2}\right)\log x = 0$

x = 0, 1, 4 (0 rejected)

Hindi $\sqrt{x}\log x - \frac{x}{2}\log x = 0$

$\sqrt{x}\left(1-\frac{\sqrt{x}}{2}\right)\log x = 0$

x = 0, 1, 4 (0 अमान्य है।)

9. If α, β are the roots of the equation, $x^2 - 2x + 3 = 0$, find the equation whose roots are, $\alpha^3 - 3\alpha^2 + 5\alpha - 2$ and $\beta^3 - \beta^2 + \beta + 5$.

यदि α, β समीकरण $x^2 - 2x + 3 = 0$ के मूल है, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $\alpha^3 - 3\alpha^2 + 5\alpha - 2$ और $\beta^3 - \beta^2 + \beta + 5$ हैं।

Ans. $x^2 - 3x + 2 = 0$

Sol. $\alpha^2 - 2\alpha + 3 = 0$ and और $\beta^2 - 2\beta + 3 = 0$

now अब $\alpha^3 - 3\alpha^2 + 5\alpha - 2$

$= \alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 5) - 2 = \alpha(-3 - \alpha + 5) - 2 = 2\alpha - \alpha^2 - 2 = 3 - 2 = 1$

and तथा $\beta^3 - \beta^2 + \beta + 5 = \beta(\beta^2 - \beta + 1) + 5 = \beta(2\beta - 3 - \beta + 1) + 5 = \beta^2 - 2\beta + 5 = 2$

$\therefore$ equation समीकरण $x^2 - 3x + 2 = 0$

10. Inequality $\frac{ax^2+3x+4}{x^2+2x+2} < 5$ is satisfied for all real values of x then, find out greatest integral value of 'a'.असमिका $\frac{ax^2+3x+4}{x^2+2x+2} < 5$, x के सभी वास्तविक मानों से संतुष्ट होती हो, तो a का अधिकतम पूर्णांक मान ज्ञात कीजिये।

Ans. 2

Sol. $\frac{ax^2+3x+4}{x^2+2x+2} - 5 < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{(a-5)x^2-7x-6}{x^2+2x+2} < 0$

but किन्तु $x^2 + 2x + 2$ is always positive सदैव धनात्मक है

so इसलिए $(a - 5)x^2 - 7x - 6 < 0 \quad x \in R$ so इसलिए $a - 5 < 0 \Rightarrow a < 5$

and तथा $D = 49 - 4(a - 5)(-6) < 0$

$49 + 24(a - 5) < 0 \quad \Rightarrow \quad 24a < 71 \quad \Rightarrow \quad a < \frac{71}{24}$ so इसलिए $a < \frac{71}{24}$

Max. Integral value of a = 2 का अधिकतम पूर्णांक मान